من نقد المناهج الرياضية إلى الخصوبة الخالصة في الرياضيات عند كفاييس

أ. د. زبيدة مونية بن ميسي

(ضيف شرف المؤتمر)

رئيس قسم الفلسفة بالمدرسة العليا للأساتذة قسنطينة- الجزائر

ومديرة مخبر بحث تكوين المجتمعات وديناميكية المجالات

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الملخص:

جان كفاييس(jean Cavaillès) فيلسوف ورياضي فرنسي عاش ما بين الحربين العالميتين الأولى والثانية(١٩٠٣-١٩٤٤)، انصب اهتمامه على تاريخ الرياضيات وتحليله لأهم المراحل التي مرت بها ، والتغييرات التي طرأت عليها خاصة من القرن السادس عشر إلى بداية القرن العشرين.

ومن بين المسائل التي درسها وحللها بدقة المناهج الثلاثة الخاصة بالرياضيات والمتمثلة في اللوجيستيقا ، الصورية والحدسانية. وقد كانت ثمرة تحليل هذه المناهج وتقييمها قوله بالخصوبة الخالصة التي تجعل من الرياضيات تطورا معقولا .فالرياضيات تتطور، والحديث عن هذا التطور يتم من خلال المراحل السابقة إلى غاية المرحلة الحالية، وكل مرحلة تنحل إلى مجموعة من النظريات ، والنظرية هي حقل من التصورات ، من مواضيع متناسقة ، يتم الانتقال فيها من المبادئ إلى النتائج، ...

إذن من خلال المداخلة نود الإجابة عن الإشكالية التالية:

ما موقف كفاييس من المناهج الرياضية الثلاثة؟

وما علاقة موقفه هذا بنظريته الجديدة في تاريخ الرياضيات والمتمثلة في الصورية المعدلة؟

الكلمات المفتاحية:الصورية- اللوجيستيقا- الحدسانية- الخصوبة الخالصة- التطور -تاريخ الرياضيات-الصورية المُعدّلة.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تمهيد:

بحث كفاييس مسألة أساس الرياضيات عند فتجنشتين، راسل، بـــروور ، هلبـــرت، غودل، غنزن وغيرهم، من خلال تحليله للاتجاهات الرياضية الثلاثة ، إلا أنه لم يـــستطع حل مسألة الأساس بصورة نهائية، ولكنه استطاع أن يوضح الإشكال المطروح[1] ، وتعتبر هذه خطوة ايجابية"، إن تحليل البرهنة على الاتساق أصعب من البرهنـــة ذاتهـــا"[2]، فمـــا موقف كفاييس من الاتجاهات الثلاثة التي حاولت التأســـيس للرياضـــيات: اللوجيـــستيقا، الصورية والحدسانية؟ وما الحلّ الذي جاء به ؟

أولا: موقف كفاييس من مناهج الرياضيين:

موقفه من اللوجيستيقا:

ظهرت اللوجستيقا نتيجة إدخال اللغة الرمزية إلى المنطق، والقيام بحساب مماثل لما هو موجود في الجبر، ومن ممثليها:جورج بول، جيفونز، ديمورغان، بيرس، شرويدر[3]، وكفاييس عند عرضه لموقفه من اللوجستيقا تطرق إلى فلسفتين رأى أن لهما تـــأثيرا فـــي تطوير الفلسفة بصورة عامة، والمنطق والرياضيات بصورة خاصة: رسالة منطقية فلسفية لفتجنشتين، وحلقة فيينا.

إن الحديث عن اللوجيستيقا، حديث عن حلقة فيينا، عن راســـل، وعـــن كارنـــاب، ونوراث، ...الخ، حديث أيضا عن الفلسفة التي أثرت في هـــذه المدرســـة، إنهـــا فلـــسفة فتجنشتين من خلال كتابه: رسالة منطقية فلسفية*. حيث يرى كفاييس أن هذا الكتـــاب لـــه دور في نشأة حلقة فيينا وتمييزها عن فلسفة ماخ في ألمانيا[4]. يرى فتجنشتين أنه لا يمكن تصور عالم دون منطق وهذا ما يؤكده من خلال قوله: " إننا لا نستطيع التفكير في شـــيء ما تفكيرا غير منطقي، وإلا كان علينا أن نفكر بطريقة غير منطقيـــة... وأن نعبـــر عـــن شيء يناقض اللغة، فهذا أمر مستحيل استحالة أن تقدم الهندسة بخطوطها شـــكلا هندســـيا يناقض قوانين المكان... " [5].فقد ربط فتجنشتين بين المنطق واللغة والمنطق والعالم، فلا

---

(1) Jean Cavaillès : Transfini et continu, dans les œuvres complètes de philosophie des sciences, Hermann, Paris, 1994, p459.

(2)Largeault : logique mathématique, Armond Colin,Paris,2001, p218.

(3) Augustin Sesmat :les raisonnements ,la logistique,Hermann,Paris,1951,p189.

(*) Tractatus logico philosophicus, Tr David Francis, Mc Gunnies, Rot Lodge, London, 2001.

(4)Jean Cavaillès : L'école de vienne dans le congrès de Prague, revue de métaphysique et de morale, Armond Colin, Paris, année 42, 1935, p 137.

(5) لودفيج فتجنتشين: رسالة منطقية فلسفية، ترجمة عزمي إسلام، مكتبة الأنجلومصرية، القاهرة، ١٩٦٨، ص ٧١.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

يوجد في العالم مالا يمكن التعبير عنه عن طريق اللغة، والقضية ليست خليطا من كلمات، بل هي ما تفصح عن شيء ومنه فهي علامة الواقعة، والوقائع وحدها هي التي تدل على معنى، أما المجموعة المفككة من أسماء فلا تدل على شيء . فالفكر هو قضية ذات معنى، واللغة هي مجموع القضايا، وللإنسان القدرة على إنشاء لغات يمكن التعبير بواسطتها عن كل معنى[1]. ومما سبق فاللغة التي تكون حدودها غامضة وتركيباتها مُعقدة يجب إبعادها، لأنه لا يمكن التحقق من قضاياها، فالمعيار الوحيد لذلك هو مطابقة القضية مع الواقعة ، فتكون صادقة أو كاذبة بكونها رسما للوجود الخارجي.

وعن منهج الفلسفة ، يرى فتجنشتين أنه يكمن في ألا تقول شيئا إلا مما يمكن قوله، أي قضايا العلم الطبيعي، وبعدها كلما يرغب شخص في أن يقول شيئا ميتافيزيقيا، نبرهن له أنه استعمل في عباراته جملة من الإشارات (الألفاظ) الخالية من المعنى[2]. وبهذه النتيجة أنهى فتجنشتين رسالته التي كانت نقطة انطلاق مدرسة فيينا(لكن هذا لا يعني أنها اعتمدت جميع أفكاره). لقد أفرغ فتجنشتين المنطق من كل مادة كي يُحَوله إلى صورة خالصة ، وقضايا المنطق التكرارية ليست خالية من المعنى لكن لا محتوى لها، و لم تعد هناك ثوابت بمعناها عند راسل، بل أضحت كل القضايا المنطقية تقول الشيء ذاته، أي أنها لا نقول شيئا [3]، وقد كان موقفه من المنطق دافعا قويا لانتقاد فلاسفة الرياضيات في اهتمامهم المفرط بالبحث في تصور العدد وأسس الرياضيات كوسيلة ناجحة للخروج من الأزمة التي لحقت بالرياضيات، في حين أنه كان يجب أخذ الرياضيات كما هي، وإن كانت هناك أزمة ففي عقول الرياضيين والفلاسفة لا في الرياضيات[4]، وقد وجه هذا النقد لراسل ولفريجه ولكل رياضي سعى لإيجاد حلّ لإشكالية الأسس.ولهذا ففتجنشتين أبعدنا عن حل أزمة الرياضيات .

---

(1) المرجع نفسه ، ص ٨٢.

(2) المرجع نفسه، ص ١٦٣.

(3) سالم يفوت:درس الابستيمولوجيا ، دار دوبقال للنشر، المغرب، ط٣ ، ٢٠٠١، ص٨١.

(4) روبير بانشي:المنطق وتاريخه من أرسطو إلى راسل، ، ترجمة محمود يعقوبي، دار الكتاب الحديث، القاهرة، ٢٠٠٤ ، ص٣٩٥.

* إن حلقة فيينا تضم مجموعة من الرياضيين و المناطقة نذكر منهم موريس شليك(*Maurice schlick* ١٨٨٢-١٩٣٦)، هانس هان (Hans Hahn ١٨٧٩-١٩٦٤)، ، نويراث (Otto Neurath ١٨٨٢-١٩٤٥)، كارناب(Rudolf Carnap١٨٩١-١٩٧٠)، غودل، و قد نشرت هذه الحلقة نصا تاريخيا حول التصور العلمي للعالم و هو عبارة عن التعريف بالمهمات الفلسفية العلمية السياسية لتصور العلمي، و قد كانت هذه الحلقة غير معروفة بين ح ع I و ح ع II ، و قد نشر كفاييس مقالا حول هذه الحلقة فعندما قام بتحليل أعمال المؤتمر الخاص بالحركة الوضعية المنطقية المنعقد في براغ سنة ١٩٣٥، و تعد دراسته الأولى في فرنسا، و فيها صاغ ملاحظاته حول هذه الحلقة، وكذا أبحاث المنطقي فتجنشتين.(*Jan Sebestick : le cercle de Vienne, doctrines et controverses, l'Harmattan, Paris, 2001, p52)*

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

أما حلقة فيينا* فهي عبارة عن نادٍ فلسفي نشط في فيينا، وبرلين وبراغ خاصة في المرحلة ما بين ١٩٢٩ إلى غاية مقتل موريس شليك يوم ٢٢ جوان ١٩٣٦. ويرى كفاييس أن نظرية اللغة الفتجنشتانية كانت موضوعا للكثير من المقالات والمداخلات في مؤتمر براغ ، حيث اهتم فرانك، وشليك ورايشنباخ بالمفهوم الرياضي الخاص بالتقابل بين اللغة والواقع، أما كارناب ونويراث فركزا في مداخلاتهما على المسائل الخاصة بالتركيب والدور الخاص بالفلسفة أو منطق العلم(١).

فإذا كانت اللوجستيقا مفادها أن الرياضيات جزء من المنطق، فإن كتاب راسل-وايتهد "برنكيبيا ماتيماتيكا" كان دعوة صريحة إلى تأسيس الحركة اللوجستيقية أو لنقل الأساس اللوجستيقي، وذلك من خلال إعادة بناء الرياضيات باستخدام وسائل منطقية خالصة(2).

وبعد تحليل كفاييس للرسالة المنطقية، وأبحاث حلقة فيينا، وكتاب "برنكيبيا ماتيماتيكا"، لاحظ كفاييس أن اللوجيستقيين أكدوا على الرموز الصورية، فلها معنى يبرر استعمالها، ومعنى الرمز يتمثل في كيفية استعماله في النسق الصوري ، مخالفين بذلك فتجنشتين.كما أن مفهوم التحصيل حاصل الذي أكد عليه راسل وحدده يبين الصدق المشروط بالمنطق، وهو الهدف الذي نشده راسل للإقرار أن الرياضيات تردّ إلى المنطق. ولهذا يرى كفاييس أن براهين عدم التناقض المقدمة من طرف اللوجستيقيين عبارة عن إثبات لعملية الردّ لا البحث في مسألة الأسس ، فكل رمز منطقي يمثل مفهوما واضحا بالحدس، وكل إشارة رياضية لها عدة معانٍ منطقية خالصة، أما بالنسبة للتحصيل حاصل فهي تمثل التحوّلات التركيبية للقضايا، و القضية التكرارية تثبت وجود عبارتين متكافئتين تظهر متطابقتين في صورة التركيب.

بالإضافة إلى ما سبق يؤكد كفاييس أن نظرية اللغة كصورة للعالم، أمدت التكرارية أو التحصيل حاصل المعنى السلبي(٣)، فالقضايا المنطقية ولأنها تركيبية ليس لها محتوى تجريبي، فهي لا تعلمنا شيئا عن هذه الوقائع، وهذا ما أكده فتجنشتين من قبل.

كما أشار كفاييس إلى أعمال المنطقي كارناب الذي دافع في البداية (إلى غاية ١٩٣٠) عن اللوجستيقا(٤) لخصها في نقطتين:الأولى أن التصورات الخاصة بالرياضيات

---

(1) *Jean Cavaillès : L'école de vienne dans le congrès de Prague, Op.cit, p 141.*
(2) Sandra Laugier: Carnap et la construction logique du monde, J.Vrin, Paris, 2001, p22.
(3) Jean Cavaillès : Méthode axiomatique et formalisme Essai sur le problème du fondement des mathématiques, Hermann, Paris, 1981,p165.
(4) Sandra Laugier : Op.cit, p 22.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

يمكن أن تشتق من تصورات منطقية بواسطة تعريفات واضحة ، بينما الثانية أن قوانين الرياضيات يمكن أن تشتق من أكسيومات منطقية بواسطة استنتاج منطقي، وهذا تأكيد صريح على علاقة التكامل والتأثير المتبادل بين المنطق والرياضيات.

لكن بعد ١٩٣١ تبيّن لكارناب وجود صعوبتين ظهرتا أثناء تطبيق هذا الصرح، فأما الصعوبة الأولى فتتمثل في استخدام راسل ووايتهد لأكسيومات غير واضحة، فأكسيوم اللامتناهي وأكسيوم الاختيار تجردا من هذه الخاصية، أي لا يمكن أن يكونا من الأكسيومات المنطقية، لأن المنطق لا يهتم إلا بما هو ممكن، ولا يمكن أن يبحث ويتساءل من أجل معرفة إذا كان الشيء يوجد أو لا يوجد[١].والصعوبة الثانية ناتجة عن أكسيوم الاختزال الذي لا يمكن اعتباره أكسيوما منطقيا. عدا هاتين الصعوبتين، فإن كارناب مقتنع بما جاء في الأطروحة اللوجستيقية حيث الأبحاث التي قام بها دفعته إلى البحث في دراسة التركيب المنطقي للغات " قابلة لأن تعبر عن إعادة بناء عقلاني للعلم، وهو ما وجه كارناب إلى مفهوم البناء (Ausflar)".وطبعا هذه الدراسة الجديدة لا تعني أبدا تخليه عن اللوجستيقا، فما يرفضه كارناب هو أن القضايا المنطقية والرياضية مرتبطة بمعاني الرموز المنطقية، وهي المعاني التي يجب تحديدها مسبقا في القضايا ، والذي لن يكون إلا من خلال مجموعة قواعد وهي قواعد التكوين وقواعد التحويل، فأما الأولى فتراعي الخصائص المنطقية للقضايا بتحديد تركيب ونمط الرموز التي تكونها وتطبيقها يسمح بتكوين القضايا[٢]، أما الثانية فهي التي تقوم بحساب الروابط أو العلاقات المنطقية للقضايا.

فالمنطق لم يعد مجموعة من الأنساق الصورية، لكن مجموعة التركيبات للأنساق الصورية، واللغة تتصف بالطابع النسبي، حيث يجوز لكل شخص تأسيس لغة خاصة بشرط أن يستخدمها استخداما منسقا، ومن ثم ليس في وسع المنطق أن ينهي عن استخدام لغة معينة ما دامت تلتزم القواعد التي وضعتها بدقة[٣]. فكارناب إذن لا يعترض على تكوين مجموعة من لغات، ما دامت تشترط فيها القواعد الموضوعة بدقة، فهناك حرية لتكوين لغته الخاصة، منطقه الخاص كما يريد، وفي هذا يختلف عن فتجنشتين الذي يؤكد وجود لغة واحدة، " فكل واحد يمكنه تكوين اللغة التي يراها مناسبة، بشرط أنه كلما أراد الكلام، يحدد بوضوح القواعد التركيبية عوض الشروحات الفلسفية"[٤].

---

(1) Ibid, p 23.
(2) Frédéric Nef : Le formalisme en question le tournant des années 30, J. Vrin, Paris, 1998, p308.
(٣) مراد وهبة: المعجم الفلسفي، دار قباء للطباعة والنشر، القاهرة، ١٩٩٨، ص ١٩٤.
(4) Jean Cavaillès : L'école de vienne, Op.cit, p 142.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

يتساءل كفاييس[١]:هل هذه القواعد والإشارات مقبولة؟ كيف يمكن تكوين لغة محددة؟ ألا يمكن لهذا التسامح أن يهدم الأطروحات الخاصة باللوجيستيقا؟

في نظر كفاييس" الوضوح المنطقي زال، أو على الأقل تمّ إبعاده من الأسس إلى تسلسل المناهج"[٢].يعتبر كفاييس أن هذه التسلسلات ذات ترتيب رياضي و هو ما يجعل المنطق جزءا من الرياضيات لا العكس.والدليل الذي اعتمده كفاييس يقوم على مفهوم الترجمة (Traduction) و هو من وضع غودل، واستخدمه كارناب لتعريف اللغة، ويؤكد على أنه" لا وجود لقضايا خاصة بمنطق العلم.إن قضايا التركيب هي قضايا علم الحساب، جزء من قضايا الفيزياء والتي هي عبارة عن قضايا تركيبية، وهي كذلك نتيجة بنيتها الصورية أو الصياغة اللغوية"[٣].

وبناء على ذلك فإن التركيب المنطقي هو جزء من علم الحساب لا العكس كما أكد اللوجستيقيون. وقد كانت هذه فرصة لفرض الصورنة الهلبرتية، بل على حدّ تعبير كفاييس "انتصارها"، فمن جهة صورنة الرياضيات لا يمكن أن تتم بالترجمة في المنطق، بل بإعادة تأسيس أو بناء العلمين. ومن جهة ثانية " إعادة البناء يجب أن يكون صوريا بالمعنى الهلبرتي، أي دون أن تكون له صلة بمعنى الإشارات، فيكفي تحديد بعض القضايا والعلاقات التي تؤدي إلى النتيجة"[٤].

١- الصورية:

لقد كشفت الصورية عن عيوب ونقائص اللوجستيقا، وهذا ما أكده كفاييس سنة ١٩٣٩ في مداخلة بعنوان: " الفكر الرياضي" ، فاللوجستيقي عندما استعمل المفاهيم والإجراءات جردّها من المعنى، ولهذا فالصوري عندما يستعمل الرمز، فإن معناه هو الذي يحدد نمط استعماله أو وظيفته في النسق الصوري[٥]. كما بيّنت الصورية أنه من المستحيل، بموجب قانون غودل " وضع الرياضيات في نسق صوري وحيد، لأن كل نسق يحتوي علم الحساب هو بالضرورة غير تام على أساس أن علم الحساب يحتوي قضايا غير تقريرية" ". إذا كانت الصورية قد أشارت إلى تقلص و تضييق مجال اللوجستيقا، فهل هذا يعني أنها بمعزل عن الانتقادات؟إن الصورية قابلت بين الرياضيات الحدسية التي

---

(1) Jean Cavaillès : Méthode axiomatique et formalisme, Op.cit, p 167.
(2) Ibid,p167.
(3) Idem.
(4) Ibid, p 168.
(5)Jean Cavaillès et Lautman : La pensée mathématique Société française de philosophie, 4 février 1939, p 50.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تقوم على المتناهي والرياضيات الصورية التي تقوم على اللامتناهي.واعتبرت الرياضيات الحقيقية هي التي تقوم على اللامتناهي، وهي تختزل إلى أنساق من الإشارات وقواعد التركيب والتي من خلالها يمكن استنتاج مجموعة من صيغ متتالية.

والحديث عن الصورية حديث عن الرياضي هلبرت، الذي وضع برنامجا صوريا من أجل التأسيس للرياضيات بالاعتماد على الميتارياضيات، وقد كان هدف هلبرت البرهنة على لا تناقض الأنساق الصورية مستخدما الوسائل المتناهية.لكن كما أشرنا من قبل، فإن غودل أثبت أن برنامج هلبرت لا يمكن إنجازه، كما أقرّ فون نومان هذه النتيجة وأكد أنها حاسمة"، "فإذا كانت الرياضيات تكتسب مصداقيتها الموضوعية من عرض مقدماتها في نسق، أو تشكيلة أنساق تتكون من إشارات خالية من كل معنى، ماعدا المعنى الذي تمده إياها قواعد التكوين وقواعد الاستنتاج، ومع استحالة وجود البرهنة على اللاتناقض، فإن الصرح سينهار"[١]. وانهيار الصرح الرياضي راجع إلى أهمية البرهنة على لا تناقض النسق، فالبرهنة هذه إذن هي التي تمد النسق دلالة ووضوحا.

والبرهنة على عدم تناقض النسق الذي يحتوي علم الحساب، لا تتم إلا بواسطة مناهج أكثر قوة من تلك المناهج المصورنة في النسق، ولهذا فإن الميتارياضيات لا يمكنها أن تقوم بهذه الوظيفة لأنها مرتبطة بطرق ووسائل متناهية، وهذا ما دفع قنزن إلى الاستنجاد بالاستقراء المتصاعد في عملية البرهنة على لا تناقض علم الحساب، لكن الاستقراء المتصاعد المستعمل يتجاوز التجارب الحدسية للاستدلال المتناهي، فيقول كفاييس:"إن الاستقراء المتصاعد الخاص بقنزن، ليست تجريبيا بأي صورة من الصور، إنه ينتمي إذن إلى الرياضيات"[٢]. ولهذا فقنزن أيضا لم يحقق الشرط والمتمثل في استخدام وسيلة أكثر قوة، وهذا ما جعل غودل يبعد كل تصور صوري للرياضيات.

ويؤكد كفاييس موقف غودل من خلال قوله: " من المستحيل ضم كل الرياضيات في نسق صوري وحيد"[٣]. و هو لم يركز في الصورية على هلبرت، بل أيضا على الرياضي فون نومان من خلال نسقه الفرضي-الاستنباطي المقترح، فما موقفه؟إن فون نومان ركز على أهم مبدأ، ويتمثل في" وجود إمكانيات عديدة للنسق الصوري، هي غير محدودة"[٤].ففون نومان يرى أن النسق الفرضي الاستنباطي ليس نسقا صوريا وحيدا، وإنما هناك أنساق صورية تكونت اعتباطيا وكونت في مجموعها رياضيات.

---

(1) Jean Cavaillès: methode axiomatique et formalisme, Op.cit, p164.
(1) Ibid, p 165.
(2) Jean Cavaillès - Lautman : La pensée mathématique, Op.cit, p55.
(3) Sinaceur: Jean Cavaillès Philosophie mathématique, ,Puf, 1994, p 73.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

هذا التصور الفرضي-الاستنباطي كما يرى كفاييس أصبح مستحيلا معتمدا على نتيجة لقانون غودل: إن لا تناقض النسق الصوري الرياضي الحاوي لنظرية الأعداد لا يمكن البرهنة عليه إلا بواسطة الوسائل الرياضية غير ممثلة في النسق[١].

وكنتيجة من غير المعقول تعريف الرياضيات كمجموعة أنساق فرضية-استنباطية، لأنه كي نصف الأنساق الصورية بأنها استنباطية، فإنه يجب الاعتماد على الرياضيات ذاتها. ولهذا فلا يمكن أن نعرف الرياضيات بالرياضيات ذاتها، لأننا سنجد أنفسنا في حلقة مفرغة أو في دور. لكن كفاييس في مقاله الذي نشر ١٩٣٩(الفكر الرياضي)نجده قد أعاد الثقة في مبدأ الاستقراء المتصاعد لقنزن، والذي يرى فيه منهجا رياضيا خارج نظرية الأعداد، ولهذا فهو يصلح أن يستخدم للبرهنة على لا تناقض علم الحساب، يقول:"عدم تناقض أكسيومات هلبرت في الهندسة الإقليدية غير مبرهن إلا من خلال بناء نسق مستمد من نظرية الأعداد، ولهذا نحن مجبرون للاستنجاد بالاستقراء المتصاعد"[٢].

ومن خلال ما سبق، فإن كفاييس لم يرفض جملة الصورية، وخاصة أنه يرى " أن قانون عدم التمام لغودل لا يقضي على الصورية الهلبرتية"[٣] . إنه " قانون ضد المناهج التركيبية المستعملة إلى حد الآن"[٤]. ولكن عموما فإن الصورية لم تنجح كذلك في التأسيس للرياضيات أو التعريف بها.

٢- الحدسانية:

بعد فشل اللوجستيقا والصورية، هل يمكن القول إن الحدسانية حل للمسألة، ومن ثمة تجاوز الاتجاهين السابقين؟ إن الحدسانية عند بروور هي عبارة عن إعادة بناء للرياضيات حسب المعايير الدقيقة مع رفض مبدأ الثالث المرفوع، وكذلك رفض كل ما يدل في العبارة على الوجود كالمكمم الكلي والوجودي.والحديث عن الحدسانية حديث عن الرياضيات الكلاسيكية ، حديث عن المنطق الكلاسيكي ، فحسب هيتنغ المنطق الكلاسيكي = منطق حدسي + مبدأ الثالث المرفوع. لكن ما موقف كفاييس من الحدسانية؟ لعرض نظريته أشار كفاييس إلى رأي هربراند وقنزن .

يرى هربراند أن الاستدلال الحدساني هو استدلال يحقق الشروط التالية:

---

(1) Jean Cavaillès : La pensée mathématique, Op.cit, p 55.
(2) bid, p 56.
(3) Sinaceur : Jean Cavaillès Philosophie mathématique ,Op.cit, p 73.
(4) Jean Cavaillès : Méthode axiomatique et formalisme, Op.cit, p 153.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

١- لا يمكن اعتباره كعدد متناه محدد من المواضيع، من الأشياء، من الدوال، هذه الأخيرة، هي معرّفة جيدا، وتعريفها يسمح بحساب قيمها[1].

٢- لا نثبت أبدا وجود شيء (موضوع) دون إعطاء وسيلة لتكوينه.

٣- لا نعتبر أبدا مجموعة كل الأشياء المتسلسلة لا متناهية، وعندما نقول إن الاستدلال هو صادق لكل س، فهذا يعني كل س على حدة.

من الشروط السابقة أكد هربراند مسألتين:

أ- مسألة تناهي الرياضيات الكلاسيكية، وربط المواضيع المكوّنة بالوجود الفعلي.

ب-رفض كلي للاستدلالات التي تقوم على اللامتناهي، ومن ثمّ إعادة الرياضيات خطوات إلى الوراء. وهوما أكده بروور، حيث إنه حاول تسطير مراحل تطور النشاط الرياضي من الحدس، ولكنه توقف أمام اللامتناهي الذي أصبح آفاق النشاط الرياضي الحدساني.وأيضا هو ما أكده قنزن عندما أقر أن المنطق الحدسي يقوم على الدلالة الطبيعية للروابط المنطقية[2].

ولهذا وكما يقول هلبرت: " لا نترك أحدا يطردنا من جنة كانتور" وهي الجنة التي تفتح مجالا واسعا أمام تطور الفكر الرياضي، وهذا ما يؤكد موقفه الرافض للحدسانية، لكن في المقابل غودل أثبت إمكانية ترجمة علم الحساب الأولي في علم الحساب الخاص بهيتنغ، وهذا ما يعني أن كل" قضية مبرهنة بمبدأ الثالث المرفوع قابلة للترجمة إلى قضية مبرهنة دون ثالث مرفوع"[3].هذا التكافؤ بين القضيتين – حسب غودل – يؤدي إلى نتيجة صاغها كفاييس:" إن الرياضيات الكلاسيكية يجب أن تهتم بالتمثيل الأسرع أو المتجانس: إن الرياضيات الحقيقية هي الحدسانية"[٤].ولكن كفاييس غير مقتنع بالحدسانية ومازال ينظر إليها على أنها غير كافية لأن تكون أساسا للرياضيات " لا ضرورة لفرض حواجز حدسانية، ومنه فإن الأساس الحدساني ليس كافيا كغيره من الأسس".

وبناءً على ما سبق فقد عرض كفاييس المناهج الثلاثة وقام بإبداء ملاحظاته، وتبين له أنها لم تستطع حل المسألة سواء أكانت خاصة بالتعريف أو بالأساس، كما خلص إلى اعتراف يتمثل في أن هذا العمل صعب جدا، فيقول:" إنه عمل صعب جدا، سأحاول تقديم بعض الأفكار، صحيح هي ما زالت لم تنضج بعد، ولكن سأقوم بعرض التي تحققت فيها نسبة معينة من اليقين"[٥].وقد توصل كفاييس إلى النتائج التالية:

---

(1) Boniface : Hilbert et la notion d'existence en mathématiques, JVrin,2004,p 256.
(2)Idem.
(3) Sinaceur : Jean Cavaillès et la philosophie mathématique, Op.cit, p 72.
(4) Jean Cavaillès : Méthode axiomatique et formalisme, Op.cit, p 170.
(5) Jean Cavaillès: La pensée mathématique, Op.cit, p 56.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

١- " ضرورة التخلي عن فكرة تعريف الرياضيات"[١]، لأن كل من الاتجاهات الثلاثة لم تفلح في تحقيق هذا الغرض، فمن الأفضل ترك هذه المسألة جانبا.إلا أن شريكر(M.Schrecker)رد على كفاييس في المداخلة، وأكد أن مسألة التعريف تخص كل العلوم لا الرياضيات فقط، فلا يوجد علم قادر على تقديم تعريف من خلال وسائله ومناهجه. وتساءل هل يمكن أن يكون خارج عالمه حتى يتسنى له الوصول إلى تعريف ميدانه؟ولهذا فتعريف الرياضيات لا يعني استخدام وسيلة لا تنتمي إليها، إن الرياضيات هي علم فرضي-استنباطي، وإذا ما رفض كفاييس تعريف الرياضيات بأنها:" فرضية-استنباطية، فسيجد نفسه في حلقة مفرغة أو في نسق لا منفذ له ".

٢- ضرورة تحليل الرياضيات كتطور، وتبيان كيفية تطورها من مرحلة إلى أخرى، ولأجل هذا يتطرق إلى اللامتناهي من جهة ، ومن جهة ثانية إلى تعميق علاقتها بالعالم، وهذا ما أطلق عليه كفاييس بالخصوبة الخالصة[٢].

ثانيا- البديل المقترح لكفاييس:الخصوبة المُعدلة

ثمرة تحليل المناهج الثلاثة هو تأسيس **كفاييس** لما يعرف بالخصوبة الخالصة(*la fécondité propre*)، التي تجعل من الرياضيات تطورا*معقولا، فكيف ينظر **كفاييس** للتطور؟

إن الرياضيات هي في تطور، فليس فقط من المستحيل ردّها إلى شيء آخر غير الرياضيات، بل إن كل تعريف يظهر في مرحلة هو ناتج عن هذه المرحلة، أي تابع للتاريخ الذي انبثق منه، فلا يوجد إذن تعريف أولي، تعريف قبلي. والحديث عن التطور يتم من خلال المراحل السابقة إلى غاية المرحلة الحالية، وكل مرحلة تنحل إلى مجموعة من النظريات، والنظرية هي حقل من التصورات، من المواضيع المتناسقة فيما بينها حيث يتم الانتقال من المبادئ إلى النتائج ، فهي تتصف بالوحدة الداخلية، وكل نظرية هي قابلة لأن تدحض أو تعدّل بنظرية أخرى، وهكذا يتم التطور.

ولهذا" في الحدسانية أكد هيتنغ أن الرياضيات عبارة عن نسق عضوي يتطور باستمرار، ومن المستحيل وضع حدود لها". فالرياضيات هي في تطور وما يجب فعله هو فهم التاريخ، حتى نستطيع فهم المراحل التي مرت عليها الرياضيات.فكيف تتطور

---

(1) Idem .
(2) Jean Cavaillès : Méthode axiomatique et formalisme, Op.cit, p 171.
** Devenir : futur, avenir, progression(Le petit Larousse illustré, Larousse, 2007, p357).*

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الرياضيات؟ الرياضي يسجل مجموعة من المسائل، ويفترض ضرورة ظهور مفهوم جديد يظهر بالفعل ويقوم بحل المسائل المطروحة فعلا، ولهذا فالضرورة تؤدي إلى تحقيق النجاح.

ولقد قدم **كفاييس** أمثلة على كيفية التطور من خلال مؤلف كانتور ونسق فون نومان، إذ إن علم الحساب تأسس من خلال تطبيق منهج العدّ، الذي يؤدي إلى تكوين عدد جديد بالاعتماد على مجموعة الأعداد المكونّة، هذا المنهج الذي يبيّن تماسك وتناسق علم الحساب في مجال المتناهي، بل كذلك في مجال المتصاعد، إذ إنه يبيّن وحدة النظرية الترتيبية. أما بالنسبة لوحدة النظرية الأصلية، فهي كذلك من خلال تطبيق منهج كانتور الذي يعتبر وسيلة لتأسيس الأعداد الأصلية [1].

إن الرياضيات تتطور في حركة مزدوجة، حيث إنها تؤسس نظريات جديدة، وتقوم بتعديل أو تحويل النظريات القديمة.ولهذا فإن الإجراءات والمواضيع لم تؤسس مرة واحدة، أو دفعة واحدة، بل كانت هناك مفاهيم بسيطة تشكل قاعدة للرياضيات، ولكن لم تكن أولية، ولهذا فهي تطورت في خط مواز لتطور الرياضيات.فالرياضيات اليونانية تختلف كليا عن رياضيات القرن ١٩ أو ٢٠، فالأعداد والأشكال الهندسية مثلا ليست هي نفسها كما كانت عند اليونان.

ولكن علينا التأكيد أن الرياضيات لا تتطور انفصاليا بل اتصاليا، فإذا كانت الفيزياء تتطور بتعويض نظرية بأخرى، فإن الرياضيات تتطور بالدقة والعمق في التفكير، وهذا ما يؤدي إلى تراكم الفكر الرياضي، فكل إسهام وكل مفهوم له أثر في تطور الفكر الرياضي.إذن نؤكد على أن الرياضيات خاضعة إلى تطور حقيقي، وأن النظرية الحالية هي مرحلة انتقالية هي صورة في المستقبل، يقول **كفاييس**: " إن المعنى الحقيقي للنظرية ليس في الطابع الذي أدركه الرياضي ذاته على أساس أنه ضروري، ولكن في المستقبل التصوري الذي لا يمكن أن يتوقف"[٢].

إن التطور هو حركة من خلالها تنتظم النظريات وتأخذ طابع النظريات. فالرياضيات هي مرادفة للتطور والذي يقوم باختراق المجالات المتناهية، يوسعها ويغيرها[٣].

---

(١)Ibid, p 178.
(2) Jean Cavaillès : Sur la logique et la théorie des sciences, , J Vrin, Paris,1997, p 23.
(3) Jean Cavaillès: La pensée mathématique, Op.cit, p 59.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ولهذا ومما سبق فإن الرياضيات هي من جهة:

أ- مجموعة من النظريات، من أنساق مكوّنة من إجراءات ومواضيع.

ب-الرياضيات هي حركة مزدوجة، حيث تتكوّن نظريات جديدة وتتغير وتتحول النظريات القديمة، والانتقال من نظرية إلى أخرى يتم عن طريق سياقات متنوعة.

٣ - خصائص التطور:

أ- الاتصال (continuité):

هناك اتصال وترابط بين النظريات القديمة والجديدة، أو لنقل النظريات السابقة التي تهيئ المجال المناسب لابتكار واختراع أفكار جديدة، تؤدي بدورها إلى تأسيس نظريات جديدة تقوم بتغيير النظريات السابقة التي انطلقت منها.ولهذا حسب كفاييس الرياضيات الجديدة يتم تحضيرها من النظريات القديمة، ولكنه يستدرك ويؤكد أن الاتصال غير قوي حيث يفهم الآخر أن المنهج واحد والإجراء واحد، ولكن هناك قطيعة جزئية، ولهذا فالاتصال يجب أن يكون نسبيا[١].

ب- الضرورة (nécessité):

إن الضرورة المقصودة ليست المنطقية التي تستلزم تسلسل للقوانين أو المقدمات، وليست رياضية التي تستلزم تطبيق منهج معين، لكن الضرورة المقصودة هي انتقال من نظرية إلى أخرى، والتطور التاريخي للنظرية.وهذا ما جسده **كفاييس** أثناء دراسته لتكوين نظرية المجموعات، فكل ما يمكنه إعاقة التطور يعزل، وحينها يمكن معرفة كيف تغيرت النظرية، ولهذا تطور الرياضيات مستقل، والإبستيمولوجي يرى أنه من الممكن إيجاد تسلسل ضروري من خلال الأحداث التاريخية... كما أن المفاهيم المقدمة مفروضة من الحلّ المقدم لمسألة ما، ومن خلال حضورها، فإنها تطرح بدورها مسائل جديدة وهكذا..."[٢].ولهذا فالابستيمولوجي يستنتج وجود تطور"، والرياضي يجد نفسه في مغامرة لا يمكن توقيفها بالبساطة التي يعتقدها، لأن كل لحظة منها هي عبارة عن جديد"[٣].

---

(1) Ibid, p 60.
(2) Ibid,p 57.
(3) Idem

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ج- اللاتوقع (imprévisibilité):

إن التطور حقيقي، أي أنه غير متوقع يقول **كفاييس**: " لن يكون غير متوقع بالنسبة للرياضي الذي أثناء نشاطه يتصور من أي جهة يجب أن يبحث ولكنه غير متوقع في الأصل".فإذا كانت المفاهيم الجديدة تظهر كضرورة بالنسبة للمسائل المطروحة، فإن هذا الجديد هو جديد كامل، أي أنه لا يمكن من خلال تحليل بسيط للمفاهيم المستعملة، إيجاد داخلها مفاهيم جديدة"[١].

د- التكامل (intégrité):

إن تطور النظريات متكامل، حيث إن هناك علاقة تأثير متبادل بين النظريات، فإذا ما تم تطبيق مفهوم في نظرية، فإنها تطبق أيضا في النظريات المجاورة لها، حيث تكون قادرة لإنتاج مفاهيم جديدة تطبق من جديد على النظرية الأولى.ولهذا فالتطور يقوم بتنشيط كل النظريات المجاورة، وهي تتطور بصورة متكاملة. يقول **كفاييس**:" إن تطور الرياضيات الكاملة يتم حسب وتيرة ضرورية، يوجد تكيف متبادل لمفاهيم وتوسيعات تحدثها تطبيقاتها الإجبارية في الميادين المجاورة"[٢].

هـ- الاختزال (réduction):

إن التطور الذي يتصف بالاتصال والتكامل، لا يمكن أن نختزله في مرحلة معينة أو في نظرية مستقلة، إنه عبارة عن تسلسل ضروري للمفاهيم والنظريات.ولهذا يصعب تعريف الرياضيات لأن تعريفها يعني ردها إلى شيء آخر أو إلى جزء منها، وهذا ما يرفضه **كفاييس**: "إن الرياضيات تؤسس تطوراً مفردا، فليس فقط من المستحيل ردّها إلى شيء آخر غيرها، ... لا يوجد تعريف نهائي"[٣].

إن تعريف الرياضيات حسب **كفاييس** يعني إما أن الرياضيات ليست رياضيات وهذا غير معقول، وإما إحصاء المناهج المستعملة من طرف الرياضيين وهذا أيضا غير مقبول، لأنه لا يوجد رياضي يقبل أن يقوم بإحصاء بصورة نهائية المناهج المستعملة، فيمكن إحصاؤها في فترة معينة، لكن من غير الممكن القول إن هذه فقط رياضية وما بعدها غير رياضي[٤]. ويرى **كفاييس** أن هذا ما يفسر فشل كانتور في توحيد الرياضيات بواسطة النظرية الترتيبية فيما يخص نظرية المجموعات[٥].

---

(1) Jean Cavaillès: La pensée mathématique, Op.cit, p 57.
(2) Jean Cavaillès: mathématiques et formalisme, Revue internationale de philosophie, N° 8, 53, 1949, p 6.
(3) Jean Cavaillès: La pensée mathématique, Op.cit, p 51.
(4) Ibid, p 56.
(5) Jean Cavaillès: mathématiques et formalisme, Op.cit, p 8.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

بناء على ما سبق فإن النظريات تتطور بصورة ضرورية وتتموضع في صرح جديد بصورة متناسقة متكاملة، تتواصل فيما بينها دون أن ترد إحداها إلى أخرى، ودون أن تضم إحداها الأخرى.إن الرياضيات هي حركة أين تتكون وتتحول النظريات، تتصل فيما بينها وتتكيف في تطورها.

٤- الحركة المزدوجة للتطور الرياضي:

في اللحظات الجدلية* التي تعتبر أساس البناء و التطور الرياضي يمكن التمييز بين حركتين:

أ-الحركة الصاعدة:

في الحركة الصاعدة، اللحظة الجدلية تكوّن نظرية جديدة أكثر تجريدا بالاعتماد على النظرة القديمة أكثر حدسية، ففي التعميم الإجراء المنجز في مجال معطى هو معرّف صوريا، بعيدا عن الحدود الملازمة للمجال المقصود، وكذلك الخارجة عنها لكي تسمح بدمجها في مجال جديد.

في الصورنة، الإجراء المنجز في المجال المعطى، هو معرّف بواسطة الخصائص الضرورية المحددة بقواعد تركيب الإشارات، والمنجزة في مجال المواضيع المجردة، أفرغت من المحتوى الحدسي للمواضيع المقصودة ، فالمواضيع المجردّة هي عبارة عن أمكنة فارغة أو احتمالات للمواضيع الحدسية. والموضوعانية تسمح بتحديد البنية، ليست الخاصة بالمواضيع وإنما بالإجراءات المنجزة.

وبناء على ما سبق فالحركة الصاعدة هي الانتقال من الأكثر حدسية إلى أكثر تجريدا وأكثر عقلانية. فأما النظريات المجردة فهي تحدد ماهية الإجراءات الحدسية، تبين بنيتها وتحررها من حدودها وتضع العناصر المثالية، و في المقابل الإجراءات الحدسية هي إما إجراءات تحدد وحدة النظرية الحدسية، وإما هي إجراءات ثانوية محددة في النظرية الحدسية بعد أن توضع. أما النظريات الجديدة فهي أكثر تجريدًا وأكثر عقلانية، وتتأسس على النظريات القديمة، فلا يمكن إذن تكوين نظرية جديدة دون المرور بالنظرية القديمة والمقابلة بينهما. إن الموضوعانية تبين هذه العلاقة: " إن الصلة تنقطع بين النشاط

---

*عرفها كفاييس " إذا كانت المفاهيم الجديدة تظهر كضرورة من طرف المسائل المطروحة، فإن هذه الجديدة هي بالفعل كاملة، ... هي معرفة إذا كان نشاط الرياضيين هو نشاط تجريبي" (*Jean Cavaillès: La pensée mathématique, Op.cit, p 55.*)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الحسي للرياضي منذ اللحظات الأولى لتطوره والإجراءات الأكثر تجريدا "[١].فالنظريات إذن هي كالشجرة ذات فروع أفقية تبدأ تفرعاتها من الأسفل نحو الأعلى، حيث لا يمكن فصل النظرية عن الشجرة وإبعادها عن النظريات التحتية الأخرى.

فلا معنى للنظريات الجديدة دون أن تؤسس على أساس النظريات القديمة، وبتعبير آخر لا يمكن التفكير في النظرية المجردة إذا ضيعنا أو نسينا النظرية الحدسية.فعلى الرياضي أن يحتفظ دائما بتسلسل النظريات من الحدسي نحو المجرد.

ب-الحركة النازلة:

إن النظرية الجديدة التي يتم التوصل إليها تحدد العناصر المثالية، ماهية وبنية الإجراءات المنجزة في النظرية القديمة.إنها تقوم بتوضيح النظرية القديمة ، فتوجد علاقات تربط الأدنى بالأعلى، كما توجد روابط تصل الأعلى بالأدنى ، وهذا ما أشار إليه ديزنتي (Jean Toussaint Desanti ١٩١٤-٢٠٠٢) بقوله: " إن الماضي يفكر فيه من خلال الحاضر، إنه يبدو غامضا، غير كامل مقارنة بالحاضر... إن الابستمولوجي لا يفهم الماضي إلا من خلال سلبياته بالنسبة للحاضر"[٢].وهذا يعني أنه لا يمكن فهم الماضي إلا من خلال الحاضر، فالنظرية الجديدة هي التي تساعد على فهم النظرية القديمة، التي تبقى دائما كعنصر مكوّن للنظرية الجديدة.

لكن نؤكد ما أشرنا إليه من قبل، أن هذا لا يعني أن النظرية الجديدة هي تطوير للنظرية القديمة، بل توجد قطيعة جزئية بينهما، فالتوحيد بينهما غير ممكن بصورة مطلقة. إن النظرية القديمة قد تكون معدّلة ومعمقة، وقد تكون متغيرة كليا، وكما يقول كفاييس: "التطور هو مراجعة مستمرة للمحتويات بالتعميق أو الشطب "[٣].

ومما سبق فإن الرياضيات تتطور بالحركة المزدوجة، أين تتكون نظريات جديدة أو يعاد تأسيس النظريات القديمة، ففي الحركة الصاعدة تتكون نظريات جديدة، وفي الحركة النازلة تتعمق النظريات القديمة، أو يتم تغييرها حتى يمكن دمجها في النظريات القديمة، ففي الحركة الصاعدة يتم الانتقال من الأرضية نحو القاعدة، وفي الحركة النازلة من القمة نحو القاعدة.وبهذه الشجرة يؤكد كفاييس على التكامل الموجود بين النظريات، ومنه تكامل التطور. " في كل الأحوال يتم الحصول على خصوبة العمل الفعلي ، من خلال القطيعة

(1) Jean Cavaillès : La pensée mathématique, Op.cit, p 58.
(2) J.T.Desanti : les idéalités mathématiques, le Seuil, Paris, p 8.
(3) Jean Cavaillès : Sur la logique et la théorie des sciences, Op.cit, p 90.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

التي تحدث في نسيج الرياضيات هذا الانتقال الجدلي من نظرية ذات حدود إلـــى نظريـــة أعلى لا تعرفها بالرغم أنها تسبقها "[١].

استنتاج:

- إن النقد الذي قدمه كفاييس للاتجاهات الرياضية الثلاثة كان مؤسسا علـــى تحليلـــه الدقيق لأنساقها والعوامل المؤثرة فيها ، كما أنه اعتمد على النصوص الأصلية التي ألفها المناطقة والرياضيون ممثلو هذه الاتجاهات، ولم يكن نقده من أجل النقد، بـــل إنه اقترح بديلا ممثلا في الخصوبة الخالصة التي أساسها التطور الرياضي.
- التطور عبارة عن تسلسل حيث الماضي ينادي المستقبل، وإن محاولات الرياضـــي توجه بطبيعة المسائل المطروحة، المفاهيم الكامنة في النظريات المتكوّنة.فإذا كانت هناك مسألة مطروحة في نظرية ما، فإن المفاهيم المفروضـــة لحلّهـــا كامنـــة فـــي نظرية، التي هي بدورها كامنة في فضاء توفيقي.
- الفعل الذي يقوم بمد التجربة يتمثل في التقاط الجواهر(entités) الكامنة في الفضاء التوفيقي بواسطة تركيب جديد من الإشارات.والقدرة علـــى فهـــم وإدراك الجـــوهر الكامن في حقـــل التجربـــة بواســـطة فعـــل داخـــل التجربـــة يـــسمى الانتـــشار (empiétement)، فالانتشار إذن وظيفته تحديد القدرة على الاختراع الذي يـــضم تطور الرياضيات.
- إن اللحظات الجدلية هي التي تصنع التطور التاريخي، إنها تترجم مراحل التطـــور، والتغيرات التي تحدث خلال التطور، إنها إذن تكشف عن" قدرة الاختراع "[٢].ولكن كيف يتسنى لهذه القدرة اختراع نظريات جديدة؟
- من جهة ثانية يبدو المستقبل كأنه في حالة كمون في الماضي، والرياضي يقوم فقط بإخراجه من حالة كمون إلى حالة قوة.
- هل بالفعل و نتيجة لما سبق :التطور غير متوقع أم أنه متوقع بدليل وجـــود علاقـــة تكامل وضرورة بين نظريات الرياضيات؟هل الاتصال أو الاستمرارية ضـــعيفة أم قوية؟

(1) Jean Cavaillès : Méthode axiomatique et formalisme, Op.cit, p 172
(2) Ibid, p 173.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

إن دراسة **كفاييس** ليست دراسة تاريخية لتطور العلم و لا وصفا لحالتها الراهنة، فلقد درس الرياضيات من خلال علاقتها بالوجود فحلل لغتها ، وموضوعها ، و ومضمونها، فهل لها مضمون خالص خاص بها؟هل لغتها هي مجرد رموز خالية من المعنى؟أم مجموعة من التحولات و التغيرات؟وما العلاقة بين الإشارات و الأنساق الصورية و المواضيع ؟كيف يمكن ربط العالم الحسي بالأنساق الصورية للرياضيات؟ما علاقة الرياضيات بالفيزياء؟ لقد تساءل **كفاييس** عن كيفية تطور الرياضيات، وعن الخاصية التاريخانية للحقائق وأكد على طريقتين: الاستمرارية و التعارف، لا التراكم والتعارض. فالرياضيات تتصف بالتاريخانية التكوينية، و التاريخ الرياضي أقل اتصالاً بالمجال الذي نشط فيه ، إن "ما بعد" يفسر "ماقبل"، فهي مجال معرفي يرادف التطور، إن الرياضيات هي تطور، ودور الرياضي فهم التطور، فتأسيس الرياضيات ليس إجراءً مطلقا أو نهائيا، إن مجاله مفتوحا و غير محدود.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com