

المفارقة وأثرها في الفكر العلمي وتطوره
في الحضارة الإسلامية
(مصادرة التوازي الإقليدية نموذجًا)

أ. د. عباس محمد سليمان
أستاذ الفلسفة الإسلامية وتاريخ العلوم عند العرب
وعميد كلية الآداب - جامعة الإسكندرية - السابق

تلعب المفارقة Paradox^(١) دورًا مميزًا في تاريخ العلوم، منذ أقدم العصور حتى يومنا هذا، من حيث هي تمثل لحظات موت أفكار قديمة وتفتح آفاق جديدة^(٢). ومن ثم، تعني المفارقة مخالفة المعنى المتداول والشائع بين الناس^(٣).

ولما كانت مصادرة التوازي الإقليدية تتضمن خطأ في الفرضية الأساسية لدى إقليدس، الأمر الذي جعله يتجنبها في البرهنة على نظرياته الثماني والعشرين الأولى. فقد أضحت هذه المصادرة لديه تنطوي على الكثير من الشكوك، لذلك تناولها الرياضيون -المتقدمون منهم والمتأخرون- بالدراسة لإثباتها أو لتغييرها. ومن ثم فإن مصادرة التوازي "كانت أكثر من غيرها سببًا في ضمان الخلود لكلمة إقليدي"^(٤)، فهي أشهر وأعمق همسة أطلقت في جوف تاريخ العلوم^(٥). فما تلك الجهود التي أسهمت في كشف النقاب عن هذه المفارقة وأثرها في الفكر العلمي وتطوره؟

أولاً: مصادرة التوازي في العالم اليوناني:

تعد المصادرة الخامسة أو مصادرة التوازي الإقليدية مثالاً واضحاً لمفهوم "المفارقة" في تاريخ العلوم بصفة عامة وتاريخ الرياضيات بصفة خاصة، حيث أدرك الرياضيون -المتقدمون منهم والمتأخرون- عدم وضوح هذه المصادرة كغيرها من المصادرات. لذلك حاولوا البرهنة عليها أو استبدالها بمصادرة أخرى بمصادره التوازي تكون أكثر بياناً وظهوراً، وقبل تناول هذه الجهود الرامية إلى كشف النقاب عن هذه المفارقة، نود أن نشير إلى إقليدس ومصادراته الخامسة.

إقليدس ومصادرة التوازي:

تذكر المصادر التاريخية أن إقليدس هو: يوكليدس بن نوقطرس بن برنيقس المعروف عند العرب باسم «إقليدس»^(٦). وعلى الرغم من أن أصحاب هذه المصادر قد ذكروا إقليدس،

(١) تعود كلمة (Paradox) إلى الكلمة اليونانية (Paradoxa)، وهي تتألف من مقطعين البادئة (para) وتعني المخالف أو الضد، والجزر (Doxa) وتعني الرأي، فيكون معني الكلمة مايعضد الرأي الشائع. (سواء هادي عباس: المفارقة بنية الاختلاف الكبرى، (مقال ضمن مجلة كلية التربية الأساسية، العدد السادس والأربعون، الجامعة المستنصرية)، بغداد، 2006، ص94).

(٢) إبراهيم كرو: دور المتناقضات في تاريخ العلوم قديماً وحديثاً:

(http://m.marefa.org/issue-august06/epistemology2.htm)

(٣) جميل حمداوي: المفارقة وآلياتها في القصة القصيرة جداً، دار الريف، الطبعة الأولى، الناظور-تطوان، المغرب، 2019، ص10.

(٤) جورج سارتون: العلم القديم والمدنية الحديثة، ترجمة: عبد الحميد صبره، مكتبة النهضة الحديثة، القاهرة، 1960م، ص63.

(٥) محمد واصل الظاهر: نظرية التوازي وأثر العرب فيها، (مقال ضمن مجلة المجمع العلمي العراقي)، بغداد، 1958م، ص160.

(٦) الققطي: أخبار العلماء بأخبار الحكماء، مكتبة المتنبّي، القاهرة، دون تاريخ، ص:45. ابن النديم: الفهرست، تحقيق: رضا تجدد، طهران، 1971م، ص:324.

فإنهم لم يذكروا جميعاً سنة ميلاده ولا سنة وفاته. ومن ثم فإنهم قد اجتهدوا جميعاً في تحديد الفترة التي عاش فيها إقليدس، وهي بين عامي 230 - 270 ق.م.^(١)

وقد خيم الغموض على حياة إقليدس؛ فليست لدينا معرفة أكيدة عنه على حد تعبير جورج سارتون^(٢)، ولكننا نذهب مع القفطي إلى أنه يوناني الجنس، شامى الدار، صوري البلد، نجار الصنعة^(٣). ومن المعروف أنه كان بالإسكندرية في عهد بطلميوس Ptolemy الإسكندرية الأول «سوتر» الذي حكم من 323 إلى 285 ق.م)، وأنه كان يعلم ابنه بطلميوس الثاني الرياضيات والهندسة^(٤).

ويمكن القول: إن إقليدس قام بتأسيس مدرسة رياضية بالإسكندرية، تعلم بها كثير من الرياضيين المبرزين؛ وبفضله تحولت دار الحكمة والأكاديمية إلى معهد للدراسات الرياضية، وظلت هذه المدرسة بعده طوال سبعة قرون تعترف بقيادته^(٥). وقد ذكر بعض أهل العلم بالتاريخ أن إقليدس كان أقدم من أرشميدس وغيره^(٦).

وقد اشتهر من تلاميذ إقليدس على مر العصور عدد من المشتغلين بالرياضيات في القدم، منهم «أبولونيوس البرجاوى» نسبة إلى برجها، والملقب بالهندسي العظيم. وهو من التلاميذ غير المباشرين لإقليدس، والذي اشتهر فيما بين 250 - 220 ق.م.^(٧) ومنهم الرياضي السكندري «هيسكليس» ويسميه العرب «أبسقلوس»، الذي أضاف مقاليتين إلى كتاب «العناصر» أو «الأصول» أحد مؤلفات إقليدس الرئيسية .

أما إقليدس نفسه فقد بلغ من جهل الناس به أن ظلوا مدة طويلة يخلطون بينه وبين الفيلسوف إقليدس الميغارى أحد تلامذة سقراط المخلصين وصاحب مدرسة فلسفية أسسها في

(١) وهنا لانرى ضرورة لأن نخوض في تفاصيل الدراسات والتحقيقات الطويلة الدائبة التي بذلت للوصول إلى تحديد الفترة التي عاشها إقليدس. فلقد جند الغربيون كل ما لديهم من وسائل بحث لدراسة ما في المخطوطات الإغريقية واللاتينية والعربية والعبرية، مما يشير من قريب أو بعيد إلى أي شيء يتعلق بالفكر الإغريقي حتى صار محالاً أو يكاد أن يصل المرء إلى جديد في هذا الميدان (راجع في هذا: أحمد سليم سعيدان: هندسة إقليدس في أيد عربية، دار البشير، الطبعة الأولى، عمان، 1991م. ص: 14، 15. جورج سارتون: تاريخ العلم، بإشراف: بيومي مذكور، ترجمة لفيف من العلماء، دار المعارف، القاهرة، 1970، ج4، ص: 82. جورج سارتون: العلم القديم والمدنية الحديثة، ص: 52. دي لاسي أوليري: علوم اليونان وسبل انتقالها إلى العرب، ترجمة: وهيب كامل، زكي علي: مكتبة النهضة المصرية، القاهرة، 1962، ص: 37. نيقولا يوسف: أعلام من الإسكندرية، منشأة المعارف، الإسكندرية، 1969م، ص: 52).

(٢) سارتون: تاريخ العلم، ج4، ص: 82.

(٣) المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

(٤) القفطي: أخبار العلماء، ص: 46. أحمد سليم: هندسة إقليدس، ص: 14.

(٥) نيقولا يوسف: أعلام من الإسكندرية، ص: 37. عبد الحليم منتصر: تاريخ العلم ودور العلماء في تقدمه، دار المعارف، الطبعة الثالثة، القاهرة، 1999م، ص: 44.

(٦) القفطي: أخبار العلماء، ص: 46. ابن النديم: الفهرست، ص: 324.

(٧) سارتون: العلم القديم والمدنية الحديثة، ص: 53، 54.

ميغاري^(١). ويرجع هذا الخلط بين الرجلين إلى وقت متقدم جداً، واستمر قائماً تشتهر به أوائل الكتب المطبوعة حتى أواخر القرن السادس عشر الميلادي. وكان أول من صحح هذا الخطأ في طبعه لكتاب إقليدس هو فيديريجو كوماندينو Federigo Commandino، وذلك في ترجمته اللاتينية التي ظهرت في بيسارو عام 1572م^(٢).

مؤلفات إقليدس

وضع إقليدس عدة مؤلفات في مختلف العلوم؛ فقد كتب في الرياضيات والفلك والبصريات والميكانيكا والموسيقى، وسوف نذكر فيما يلي قائمة مؤلفاته^(٣)، وهي كالتالي:

١- كتاب الأصول أو الأركان Elements :

وهو من أهم ما وصل إلينا من مؤلفات إقليدس؛ وقد ترجم فيما بعد إلى العربية واللاتينية والعبرية والإنجليزية. ويحتوي على ثلاثة عشر مقالاً أو كتاباً يمكن وصفها باختصار فيما يلي^(٤) :

١- المقالات أو الكتب من (1 إلى 6): فقد جعلها إقليدس للهندسة المستوية؛ فالمقالة الأولى: تشمل تعريف المسلمات، وتتناول المثلثات والمتوازيات أو الأشكال المستقيمة للأضلاع. وجعل الثانية لمساحات هذه الأشكال، وفيها عالج الجبر بطريقة هندسية. وجعل الثالثة والرابعة للدوائر، وما يحيط به من مضلعات منتظمة. وأما المقالة الخامسة: فتعالج نظرية جديدة في النسب المستخدمة في الكميات التي تعد والكميات التي لاتعد. والمقالة السادسة: تبحث في الأشكال المتشابهة بتطبيق نظرية التناسب.

٢- المقالات أو الكتب من (7 إلى 10): وقد جعلها إقليدس للحساب ونظرية الأعداد. وتعالج هذه المقالات أعداداً من أنواع مختلفة، وأولية بالنسبة لبعضها، والمضاعف

(١) محمد علي أبو ريان: تاريخ الفكر الفلسفي، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، 1994 م، ج1، ص: 144، 145.

(٢) سارتون: العلم القديم والمدنية الحديثة، ص: 54.
(٣) القفطي: أخبار العلماء، ص: 48. ابن النديم: الفهرست، ص: 320. نيقولا يوسف: أعلام من الإسكندرية، ص: 52، 53. شاخنت وبوزورث: تراث الإسلام، ترجمة: حسين مؤنس، إحسان صدقي العمدة مراجعة: فواد زكريا. (سلسلة عالم المعرفة)، المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب، الكويت، 1978م. القسم الثالث، ص: 162.

(٤) سارتون: العلم القديم والمدنية الحديثة، ص: 55، 57، تاريخ العلم، ج4، ص: 85. احمد سليم: هندسة إقليدس، ص: 17، 18. رنيه تاتون: تاريخ العلوم العام (العلم القديم والوسيط من البدايات حتى سنة 1450)، ترجمة: علي مقالاموسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، الطبعة الأولى، بيروت، 1988م المجلد الأول، ص: 219-324.

المشترك الأصغر، والأعداد التي تكون المتوالية الهندسية. وأما المقالة العاشرة فهي مخصصة للمستقيمات غير الجذرية .

٣- المقالات أو الكتب من (11 إلى 13): وتشمل الهندسة الفراغية، وتشبه المقالة الحادية عشرة المقالتين الأولى والسادسة. أما المقالة الثانية عشرة فتستخدم طريقة الاستقادة في قياس الدوائر والكرات والأهرام. والمقالة الثالثة عشرة تعالج المجسمات المنتظمة.

ويعد مؤرخو إقليدس في العصر الحاضر أجزاء كتاب «الأصول» كلها مقدمة لجزئه الثالث عشر، وهو الخاص بالأجسام الهندسية التي عني أفلاطون بدراستها، وجاء ذكرها في محاورة "طيمائوس"^(١).

ولقد أضيف إلى الأصول كتابان آخران يعالجان المجسمات المنتظمة، وهما الكتابان الرابع عشر والخامس عشر. وقد ألف هيسكلييس السكندري ما يسمى بالكتاب الرابع عشر في بداية القرن الثاني (ق.م). وهو كتاب على درجة كبيرة من الجودة. أما الكتاب الثاني وهو الكتاب الخامس عشر، فهو أحدث كثيرًا وأقل منه في الكيف، وقد كتبه أحد تلاميذ إبيدروس المليطي^(٢).

وقد شرح كتاب الأصول عدد من الرياضيين أشهرهم: هيرون Hero و بابوس Pappus، وفورفوريوس Porphery، وبرقلس Proclus وسمنبليوس وجيمينوس Geminus، وربما كان هو الذي تسميه الكتب العربية أجانيس Aghanis. وبذلك تكاثرت نسخ كتاب «الأصول»، وعلى مر العصور تكاثرت أغلاط النساخ ومدخلاتهم. من أجل ذلك، قام ثيون السكندري في القرن الرابع الميلادي بتحرير الكتاب، فبدل بعض ألفاظه وأضاف في براهينه خطوات، وبدل بحلوله حلولاً رأها أوضح، وأضاف حالات خاصة، ونتائج. وصارت كل نسخة للكتاب تكتب نقلاً عن تحرير ثيون^(٣).

والواقع أن كتاب الأصول لإقليدس هو الثمرة التي تمخضت عنها حقبة تزيد على ألف عام، ولو أننا نعتزف أنه أول جامع للمعارف الهندسية استمر أثناء عصور الإغريق والرومان والعرب والقرون الوسطى والعصر الحديث حتى جيل كان إلى وقت قريب لا يزال على قيد الحياة^(٤).

(١) سارتون: تاريخ العلم، ج4، ص: 89.
(٢) نجيب بلدى: تمهيد لتاريخ مدرسة الإسكندرية وفلسفتها، دار المعارف، مصر، 1992م. ص: 29.
(٣) أحمد سليم سعيدان: هندسة إقليدس، ص: 19.
(٤) عبد الحلیم منتصر: تاريخ العلم، ص: 44. السيروليم وودثورب تارن: الحضارة الهلنستية، ترجمة: عبد العزيز توفيق جاويد، راجعه: زكي على مكتبة الأنجلو المصرية القاهرة، 1996م. ص: 318. وانظر أيضاً: Charles Siger; Ashort History of Scientific Ideas to 1900, Oxford 1968, P63.

٢- كتاب اختلاف المناظر أو البصريات:
ويرى أوليري أن هذا الكتاب منحول، إلا أن العرب استعملوه^(١).

٣- كتاب المعطيات أو المفروضات .

٤- كتاب ظاهرات الفلك .

٥- كتاب الفلسفة إصلاح ثابت .

٦- كتاب القانون .

٧- كتاب النقل والخفة .

ويشير القفطي وابن النديم إلى أن هناك بعض المؤلفات المنحولة التي نسبت خطأ لإقليدس، وهي^(٢) كالتالي:

١- كتاب النغم ويعرف بالموسيقى .

٢- كتاب التركيب .

٣- كتاب الفوائد .

٤- كتاب التحليل .

النسق الاستنباطي ومصادرة التوازي:

يعتقد إقليدس -مثل أفلاطون وأرشميدس - بضرورة الانتهاال من المعرفة من أجله ذاتها^(٣)، وليس من أجل شيء آخر. فلم يكن إقليدس يبحث عن الشهرة والمال، وإنما كان يطلب المعرفة الحققة في مختلف العلوم. ولذلك تعددت جوانب هذه الشخصية العلمية المرموقة، وتنوعت اتجاهاتها ما بين الرياضيات والفلك والبصريات والميكانيكا والموسيقى.

أما القيمة العلمية الحقيقية لإقليدس، فهي تتحصر في المنهج الذي اتبعه في كتابه «الأصول» في استعراض النظريات المبعثرة المتناثرة المعروفة عند الفيثاغوريين السابقين، وذلك بتنظيمها أو تنسيقها في نسق علمي موحد محكم الحلقات^(٤)، بحيث يتوقف فيه برهان كل نظرية لاحقة على نظريات أخرى سابقة عليها سبق برهانها في داخل بناء منطقي يجمع

(١) أوليري: علوم اليونان، ص: 37.

(٢) القفطي: أخبار العلماء، ص: 48. ابن النديم: الفهرست، ص: 320.

(٣) قارن: الحضارة الهلنستية، ص: 318.

(٤) Farrington B.: Greek science , penguin books , New York , 1944 , P45

كل النظريات المتفرقة، ويستند إلى «أصول» محددة قليلة ووثيقة تبقى خارج البرهان^(١). وبهذا تمكن إقليدس من إقامة البنيان الرياضي للهندسة والحساب بثلاث عشرة مقالة تجاوزت كثيرًا حدود الهندسة الحياضية^(٢).

وكانت السمة البديهية للهندسة الإقليدية في حد ذاتها -اشتقاق النظريات من بديهيات ومصادرات أساسية- تعد إسهامًا عظيمًا على نحو لافت للنظر، بحيث ظلت تلعب دورًا رئيسًا في معظم المناهج الحديثة التي وضعت أنساقًا رياضية في صياغة دقيقة^(٣). فقد لبث الرياضيون مدى ألفين ومائتي عام، ينظرون إلى كتاب إقليدس نظرتهم إلى المثل الأعلى والنموذج الذي يحتذى في مراعاة الدقة العلمية^(٤).

وقد كان نسق إقليدس مؤيدًا لمفاهيم سابقة ظهرت قبل أن تتخذ مبادئ الهندسة صورة نسق منظم. ذلك لأن الوضوح الذاتي الظاهر للمبادئ الهندسية أدى بأفلاطون - من قبل - إلى القول بنظرية المثل، لأنه كان يعتقد أن بديهيات الهندسة تتكشف لنا في فعل رؤية يبين لنا أن العلاقات الهندسية إنما هي خواص لموضوعات مثالية^(٥).

ولذلك فالحقائق الهندسية أو الرياضية عند أفلاطون لاتأتي عن طريق الاستدلال العقلي ولا عن طريق التجربة، لأنها سابقة عليهما. بل تأتي عن طريق الحدس، أي اكتشاف ما في العقل من حقائق. فالوعي بما في عقولنا هو المفتاح الصحيح لاكتشاف الحقائق الرياضية. وفي هذا الجانب يلتقي الجدل مع الحقائق الرياضية في أنها أداة الوصول إلى وجود معرفة الحقائق الخالدة. ومن ثم فالرياضيات بهذا الاعتبار هي مبادئ أولية قائمة وستظل قائمة بعيدة عن المعرفة الظنية^(٦).

وبذلك يحدد أفلاطون دور الرياضيات وما تمثله من إمكانيات للوصول إلى الحقائق عن طريق التحديد والتعريف لخطوات العمل الرياضي؛ ولهذا التحديد أهميته القصوى في البناء الرياضي. وقد بدا هذا واضحًا عند كل من أرسطو وإقليدس، وإن اختلف المنهج عند كل منهما^(٧).

(١) محمد ثابت الفندي: فلسفة الرياضة. دار النهضة العربية، الطبعة الأولى، بيروت، 1969م، ص: 40، 41. أوليري: علوم اليونان، ص: 37. وقارن:

Meschkowsk. H; Evolution of Mathematical Thought, translated by J.H. Gayl, Holden-Pay Inc, San Francisco, 1965.P.6.

(٢) أحمد سليم سعيدان: هندسة إقليدس، ص: 22.
(٣) رودلف كارناب: الأسس الفلسفية للفيزياء، ترجمة: السيد نفاذي، دار الثقافة الجديدة، القاهرة، 1990، ص: 151.
(٤) زكي نجيب محمود: المنطق الوضعي، مكتبة الأنجلو المصرية، الطبعة الخامسة، القاهرة، 1980م، ج2، ص: 93.
(٥) هانز ريشنباخ: نشأة الفلسفة العلمية، ترجمة: فؤاد زكريا، دار الكتب العربي، القاهرة، 1968م، ص: 117.
(٦) عيسى عبد الله: الفكر الرياضي الإسلامي، مراجعة: ياسين عربي وجمال الدباغ، منشورات جامعة الجبل الغربي، الغربي، الطبعة الأولى، ليبيا، 1998م، ص: 89، 90.
(٧) المرجع السابق، ص: 90، 91.

وكذلك لا يمكن فهم إقليدس أو العمل الذي أنجزه في كتاب «الأصول» إلا في ضوء تعاليم أرسطو في التحليلات الثانية^(١). فلقد استطاع تحليل المواضيع الرياضية والقضايا بطريقة برهانية. ولذلك خضعت قضايا الرياضيات عنده للبرهان المنطقي الصارم^(٢). ومن كان إقليدس أرسطياً في منهجه، أي في إعطاء الصورة القياسية لبراهينه الهندسية^(٣).

وانطلاقاً من هذه المنهجية بين أرسطو في تحليلاته أن كل نظرية يقينية أو برهانية، إنما تقوم على قبول عدد قليل من المقدمات أو المبادئ تبدأ منها البرهنة على كل القضايا القابلة للبرهان، بينما تبقى تلك المقدمات خارج البرهان وغير قابلة له في نطاق العلم القائم عليها^(٤). وهذه المبادئ تساعد في بناء العلم الرياضي بناءً محكمًا، وهي تنقسم إلى بديهيات ومسلمات. كما بيّن أرسطو أن التعريفات لا تتعلق بقيم الصدق أو الكذب، وإنما هي مجرد عبارات شارحة^(٥).

وهذا يعني أن أرسطو بوضعه أسس النسق الاستنباطي في المنطق، قد وضع في الوقت نفسه أسس النسق الاستنباطي للهندسة الإقليدية. وهذا ما جعل إقليدس يؤسس الهندسة باعتبارها علمًا استنباطيًا منفصلاً^(٦). فمن الطبيعي أن يحتاج النسق الإقليدي لمثل هذه المقدمات أو المبادئ، لذا وجدنا إقليدس ينص في مقدمة كتابه «الأصول» على أنه «قد جرت العادة بتصديرها بذكر حدود وأصول موضوعة وعلوم متعارفة يحتاج إليها في بيان الأشكال^(٧). وبذلك أقام إقليدس نسقه الاستنباطي على النحو التالي^(٨):

١ - التعريفات أو الحدود:

(١) ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، ص: 46. وقرن: أرسطو: التحليلات الثانية، ترجمة: أبو بشر متى ابن يونس، تحقيق: عبد الرحمن بدوي، ضمن كتاب «منطق أرسطو» دار الكتب المصرية القاهرة، 1949م، ج2، ص: 342-335.

(٢) عيسى عبد الله: الفكر الرياضي الإسلامي، ص: 92.

(٣) نجيب بلدي: تمهيد لتاريخ مدرسة الإسكندرية وفلسفتها، ص: 39. محمد عبد الرحمن مرحبا: المرجع في تاريخ العلوم عند العرب، منشورات دار الفحاء 1978م. ص: 119. أحمد سليم سعيدان: مقدمة لتاريخ الفكر العلمي في الإسلام، (سلسلة عالم المعرفة)، المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب، الكويت، 1988م، ص: 64، 68، 69. وقرن

Boyer.C.B.: The History of the Calculus and Its Conceptual Development, Dover publications, Inc, 1959. P.1. Burt. E.A: Metaphysical Foundation of Modern physical science. London. 1964. P.31.

(٤) ثابت الفندي: فلسفة الرياضة م: 41.

(٥) عيسى عبد الله: الفكر الرياضي الإسلامي، ص: 93.

(٦) مصطفى النشار: نظرية العلم الأرسطية، دار المعارف، الطبعة الأولى، القاهرة، 1986م، ص: 169، 170.

(٧) إقليدس: أصول الهندسة، تحرير: نصير الدين الطوسي، مخطوط دار الكتب برقم 107رياضة - طلعت ميكروفيلم ميكروفيلم رقم 51239)، ص: 2.

(٨) المصدر نفسه، ص: 12-3. وانظر: ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، ص: 46، 47. ماهر عبد القادر: نظريات نظريات المنطق الرياضي، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، 2000م، ص: 96، 97. محمد محمد علي قاسم: نظريات المنطق الرمزي، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، 1991م، م: 125-127. أحمد سليم سعيدان: هندسة إقليدس، ص: 16، 17.

- يقدم إقليدس في كتابه حوالى (23) تعريفاً أو شرحاً للحدود، منها على سبيل المثال:
- النقطة ما لا جزء له .
 - الخط طول لا عرض وينتهي بالنقطة.
 - المستقيم هو الذي يكون وضعه على أن تقابل أي نقط تفرض عليه بعضها البعض .

٢- المسلمات أو المصادر:

وهنا يقدم إقليدس مجموعة من المسلمات أو المصادر في صورة قضايا نفترضها ونستخدم فيها الحدود السابقة، ومن هذه المصادر:

- لنا أن نصل خطاً مستقيماً بين نقطتين .
- وأن نخرج خطاً مستقيماً محدوداً على الاستقامة.
- وأن نرسم دائرة على أي نقطة وبأي بعد.
- الزاوية القائمة متساوية جميعاً.
- كل خطين مستقيمين وقع عليهما خط مستقيم، وكانت الزاويتان الداخلتان في إحدى الجهتين أصغر من قائمتين، فإنهما يلتقيان في تلك الجهة إن أخرجنا. (نص المصادرة الخامسة)

٣- الأصول الموضوعية أو العلوم المتعارفة:

وهي المعارف المقبولة عامة « أي البديهية»، وقد قبل إقليدس (28) قضية من هذا النوع، منها:

- الأشياء المساوية لشيء بعينه متساوية .
- الكل أعظم من جزئه .

وتوضح لنا هذه الأنواع الثلاثة من المقدمات -أو المبادئ أو الأصول- كيفية البرهنة على عدد كبير من القضايا المبرهنة، أي المشتقة بالبرهان، وهي إما نظريات أو ملحقات أو تمارين مشهورة .

ويشير إقليدس إلى طريقة منهجية جديدة في عرض قضاياها النظرية والعملية على السواء بإعطاء منطوق عام، كقوله: "زوايا القاعدة في المثلث المتساوي الساقين متساويتان". ثم يعقب ذلك بقانون خاص يتمثل بشكل محدد بحروف أبجدية، ونص يبين أن الشكل يطابق ما في القانون العام، ويبين بوضوح المعطيات والمطلوب إثباته، أو عمله؛ وبعد ذلك يأتي - إذا لزم الأمر بعمل هندسي يساعد على تحقيق المطلوب، ثم برهان مستند إلى

قضايا ثبت استنتاجها من المصادر. فإذا تم البرهان، يأتي نص يبين أن المنطوق العام قد تحقق، ويعقب ذلك عبارة: وهذا هو المطلوب إثباته، أو وهذا هو المطلوب عمله^(١).

وهنا نعجب كيف اهتدى إقليدس في كتابه الأصول إلى الطريقة التركيبية بحيث يذكر الحل دون أن يبين كيف وصل إليه. وهذا عكس الطريقة التحليلية التي نجدها استعمالها في كتب أخرى، حيث يحدد المطلوب، ثم يفترض أنه قد تحقق، فيستنتج من ذلك نتائج متتالية يتبين له في النهاية كيفية تحقيق المطلوب؛ فيرتد رجوعاً إلى الطريقة التركيبية. وعلى الرغم من ذلك، فإن إقليدس في بعض براهينه في كتاب الأصول يلجأ إلى الطريقة التحليلية، إذ يفترض نقيض المنطوق، فيحصل من ذلك على خلف أو محال^(٢).

من أجل ذلك، فالقيمة العلمية الحقيقية لإقليدس تعود إلى أنه - استناداً إلى تحليلات أرسطو الثانية - استطاع أن يبيّن نسقاً استنباطياً واحداً لكل النظريات المبعثرة التي خلفها السابقون تستنبط في داخله النظريات اللاحقة مما سبقها في الترتيب. ويستند الاستنباط برمته إلى قبول عدد محدود من الأصول^(٣). لذا، سوف يظل بناء الهندسة في صورة نسق استنباطي يرتبط إلى الأبد باسم إقليدس^(٤).

وعلى أية حال؛ فإن النسق الاستنباطي عند كل من أرسطو وإقليدس، إنما يقوم على استخلاص مقدمات أو قضايا أولية أهمها الأصول الموضوعية والمسلمات أو المصادر. ولا فارق بين النوعين إلا في درجة الوضوح والبداهة لدى المتعلم: فالأولى أوضح بينما يعاند العقل في قبول الثانية ويتقبله متسامحاً فحسب. فإذا أغفلنا هذا الفارق النفسي أو التعليمي، فإن تلك القضايا الأولية تعد مطابقة للواقع ومعبرة عنه، أي تعد في ذاتها "حقيقية". فالحقيقة هي المطابقة التامة مع الخارج أو العالم الواقعي. وهذا هو موقف أرسطو وإقليدس المشترك^(٥).

ولقد تحدثت المناطق المعاصرون عن تصور النسق الاستنباطي عند كل من أرسطو وإقليدس بقصد تمييزه عن تصور المحدثين، فأثبتوا ضرورة وصفه بأنه «نسق يقيني استنباطي». وذلك لأن المقدمات أو المبادئ التي يستند إليها النسق «يقينية» حسب تصور القدماء، أي مطابقة للواقع الخارجي؛ وبالتالي تكون القضايا المشتقة منها بالبرهان

(١) أحمد سليم سعيدان: هندسة إقليدس، ص: 18. ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، ص: 47، 48.

(٢) أحمد سليم سعيدان: هندسة إقليدس، ص: 18، 19.

(٣) ثابت الفندي: فلسفة الرياضيات، ص: 48. هانز ريشنباخ: نشأة الفلسفة العلمية، ص: 117.

(٤) ريشنباخ: الفلسفة العلمية، ص: 117. وانظر:

Cajori , Florian : History of Mathematics, New York, 1919, P.326-328.

(٥) ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، ص: 48.

(النظريات) يقينية أيضاً^(١). فقد كانت هندسة إقليدس -إذن- هي النموذج الأعظم لليقين، بكل معاني اليقين ودلالاته الإستمولوجية والأنطولوجية وما قبلهما وما بعدهما^(٢). وانطلاقاً من ذلك، اعتبر كانط أن الهندسة الإقليدية هي الهندسة الوحيدة الممكنة، ومن ثم وضع نظريته في المكان والزمان متسقة ونسق إقليدس^(٣).

مصادرة التوازي The Parallel Postulate:

يشير إقليدس إلى تعريف الخطوط المتوازية، وهو التعريف الثالث والعشرون من المقالة الأولى في كتاب الأصول، وذلك على النحو التالي:

«المتوازية من الخطوط هي المستقيمة الكائنة في سطح متسو، لا تتلاقى وإن أخرجت في جهاتها إلى غير النهاية»^(٤).

وهنا نلاحظ أن إقليدس قدم تعريفات لثلاثة وعشرين من المفاهيم الهندسية، جعل آخرها تعريف الخطوط المتوازية^(٥). وهذا التعريف يجعل عدم الالتقاء أو التقاطع هو الخاصية المميزة لتوازي الخطوط المستقيمة في سطح واحد^(٦).

وهناك من جعل تعريف الخطوط المتوازية في اتجاه واحد، وهذا تعريف ذكره فيلوبونس Philoponus متمشياً مع تصور أرسطو للخطوط المتوازية. وهناك أيضاً من عرفها بأنها بعد ثابت أحدها عن الآخر، ومن قال بهذا التعريف بوسيدونيوس Posidonius^(٧). وقد أخذ أخذ بتعريف بوسيدونيوس كذلك كل من سنمبليقيوس Simplicius وأغانيس، حيث ينسب النيريزي إلى سنمبليقيوس تعريفاً منقولاً عن بوسيدونيوس يقول: إن الخطين المتوازيين هما خطان في سطح واحد لا يتقاربان ولا يتباعدان، وتبقى الأعمدة النازلة من أحدهما على الآخر متساوية. أما أغانيس فقال: إن الخطوط المتوازية هي التي في سطح واحد، وإذا أخرجت إخراجاً دائماً غير متناه في الجهتين جميعاً، كان البعد بينهما أبداً بعداً واحداً^(٨). فالتوازي عند إقليدس -إذن- يقتضي عدم التقاطع، وعند غيره يقتضى ثبات الأبعاد أو تساويها.

(١) المرجع نفسه، ص: 49.
(٢) يماني طريف الخولي: فلسفة العلم في القرن العشرين، (سلسلة عالم المعرفة)، المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب، الكويت، 2000م، ص: 212.
(٣) محمود زيدان: كانط وفلسفته النظرية، مكتبة التوني، الإسكندرية، 1983م، ص: 109-112. زكريا إبراهيم: كانت أو الفلسفة النقدية، مكتبة مصر، الطبعة الثانية، القاهرة، 1972م، ص: 73. إميل بوترو: فلسفة كانط، ترجمة: عثمان أمين، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة، 1972م، ص: 37.
(٤) إقليدس: أصول الهندسة، ص: 3 أ.
(٥) سعيدان: هندسة إقليدس، ص: 68.
(٦) المرجع نفسه، ص: 17.
(٧) المرجع السابق، ص: 20.
(٨) المرجع السابق، ص: 55، 56.

ثم يقدم إقليدس بعد ذلك خمس مصادرات، جعل آخرها مصادرة التوازي، وهي: «كل خطين مستقيمين وقع عليهما خط مستقيم، وكانت الزاويتان الداخلتان في إحدى هاتين الجهتين أصغر من قائمتين، فإنهما يلتقيان في تلك الجهة إن أخرجنا»^(١) فالتقاء الخطين - إذن - يرتبط عند إقليدس بقيمة مجموع الزاويتين الداخلتين.

ويقوم إقليدس باستنتاج نظرياته الهندسية واحدة بعد الأخرى، متعمداً على ما يبدو تأجيل الخوض في فكرة التوازي كلية، حتى أتم ستاً وعشرين نظرية^(٢)، ثم يطرح لنا إقليدس الشكلين السابع والعشرين و الثامن والعشرين على النحو التالي:

(١) الشكل السابع والعشرون من المقالة الأولى للأصول:

«كل خطين وقع عليهما خط، وكانت المتبادلتان من الزوايا الحادثة متساويتين، فهما متوازيان»^(٣).

(٢) الشكل الثامن والعشرون من المقالة الأولى للأصول:

«كل خطين وقع عليهما خط، وكانت الخارجة من الزوايا الحادثة مساوية لمقابلتها الداخلة، أو كانت الداخلتان في جهة معادلتين لقائمتين، فهما متوازيان»^(٤).

ويبدو من الشكلين السابقين أنهما نظريتان في التوازي، يبرهن عليهما إقليدس استناداً إلى تعريفه للتوازي؛ ويعتمد في ذلك على نظرية من النظريات السابقة لا على مصادرته الخامسة^(٥). ومن ثم فإن نظريات إقليدس الثمانية والعشرين ليس فيها أي اعتماد على مصادرة التوازي.

أما لماذا تجنب إقليدس مصادرة التوازي في البرهنة على نظرياته الثماني والعشرين الأولى، فسبب ذلك لغزاً غير قابل للحل من الوجهة التاريخية. فقد يكون سببه نفسياً أو منطقياً أو فلسفياً^(٦). والذي يمكننا أن نقرره: إن إقليدس يلجأ إلى مصادرته الخامسة لإقامة البرهنة على الشكل التاسع والعشرين من المقالة الأولى، والذي ينص على أنه: "إذا وقع خطان متوازيان، فالمتبادلتان من الزوايا الحادثة متساويتان. وكذلك الخارجة ومقابلتها

(١) إقليدس: أصول الهندسة، ص: 13.

(٢) سعيدان: هندسة إقليدس، ص: 68.

(٣) إقليدس: أصول الهندسة، ص: 12 ب.

(٤) المصدر نفسه، ص: 12، 13 أ.

(٥) سعيدان: هندسة إقليدس، ص: 68.

(٦) محمد واصل الظاهر: نظرية التوازي وأثر العرب فيها، ص: 144.

الداخلية؛ والداخلتان من جهة معادلتان لقائمتين^(١). وهذا الشكل عكس الشكلين السابع والعشرين والثامن والعشرين، وقد برهن عليه بطريقة الخلف.

وهكذا ننتهي، في ضوء تتبعنا لمصادرة التوازي، إلى أن إقليدس نفسه كان على علم بما تنطوي عليه هذه المصادرة من شكوك^(٢). فليست المصادرة الخامسة - إذن - مصادرة بمعنى الكلمة، أي أنها ليست من القضايا التي يجوز التسليم بها دون برهان، وإنما هي في الحقيقة قضية تنطوي على صعوبات كثيرة. فقد يسلم المرء بأن في إنقاص الزاويتين الداخلتين عن قائمتين ما يستلزم بالضرورة تقارب الخطين من جهة هاتين الزاويتين. ولكن هذا وحده لا يكفي للجزم بأن الخطين ملتقيان لا محالة في نقطة ما، إذ من المعلوم أن هناك خطوطاً هندسية يقترب الواحد منها نحو الآخر باستمرار دون أن يلتقيا أبداً. فلا بد - إذن - من البرهنة على أن الخطوط المستقيمة ليست من ذلك النوع. ومن ثم فالمصادرة الخامسة هي مجرد فرض راجح الصدق، ولكن لما كان رجحان الصدق لا يكفي للإقناع في علم الهندسة، فلا مفر من البرهنة عليها^(٣).

ولهذا اتجه تفكير الرياضيين - المتقدمين منهم والمتأخرين - في اتجاهين، أحدهما: إعطاء تعريف آخر للتوازي - كما سبق أن ذكرنا - يكون سهل التحقيق، والثاني: اعتبار المصادرة الخامسة قضية هندسية تتطلب برهاناً، ثم برهنتها استنتاجاً من المصادرات الأربع السابقة، وما بني عليها من قضايا هندسية مبرهنة^(٤).

ويعتقد كل من روزنفيلد ويوشكفيتش من خلال رواية أرسطو، أن هناك بعض الجهود لعلماء معاصرين له في البرهنة على هذه أو تلك من القضايا المكافئة للمصادرة الخامسة، كما يؤكدان أن أرسطو نفسه قد قدم عرضاً خاصاً لإحدى هذه القضايا^(٥). فقد ذهب أرسطو في البرهان على التوازي إلى افتراض خط مستقيم ما، وأن هناك خطوطاً مستقيمة أخرى تكون عمودية على ذلك المستقيم، وأن البرهنة على أن هذه الخطوط المتعامدة متوازية، تستنتج من أن الزوايا المعمولة بهذه المستقيمتين متساوية. ويعتقد أرسطو هنا - على خلاف

(١) إقليدس: أصول الهندسة، ص: 17 أ.
(٢) سعيدان: هندسة إقليدس، ص: 98.
(٣) عبد الحميد صبره: برهان نصير الدين الطوسي على مصادرة إقليدس الخامسة، مجلة كلية الآداب، جامعة الإسكندرية، مطبعة جامعة الإسكندرية، المجلد الثالث عشر، 1959، ص: 134، 135.
(٤) سعيدان: هندسة إقليدس، ص: 20، وانظر: صبره: برهان الطوسي، ص: 136.
(٥) يوريس أ. روزنفيلد، أدولف ب. يوشكفيتش: الهندسة، (مقال ضمن موسوعة تاريخ العلوم العربية، بإشراف: بإشراف: رشدي راشد)، مركز دراسات الوحدة العربية، الطبعة الأولى، بيروت، 1997م، ج2، ص: 594.

ما يعتقده إقليدس - ويرى أن التوازي لا يعتمد على أن هذه الزوايا متساوية لأنها زوايا قوائم، وإنما لأنها متساوية الواحدة إلى الأخرى فقط^(١).

وقد استعاض كل من بطليموس (القرن الثاني الميلادي) وأبروقلوس (410-485م) عن مصادرة إقليدس مصادرة أخرى مكافئة. أما بطليموس، فقد صاغ برهانه على مصادرة تنص على الآتي: أن أي خطين مستقيمين لا يحصران بينهما سطحًا محدودًا. فإذا وقع خط على خطين في سطح، فكانت الزاويتان الداخلتان في كل من الجهتين متكاملتين، فلا يمكن أن يلتقي الخطان، إذ لو التقيا في تلك الجهة، لوجب للسبب نفسه أن يلتقيا في الجهة الأخرى، لأنهما ليسا في أية جهة أقل توازيًا منهما في الجهة الأخرى. وإذا التقيا في الجهتين حصرا بينهما سطحًا مستويًا، وهذا محال^(٢).

وأما أبروقلوس، فقد اطلع على محاولة بطليموس ولم يقتنع بها، وأراد أن يأتي بأحسن منها. لذلك أراد أبروقلوس أن يتجنب هذه المصادرة بإعطاء تعريف جديد للتوازي، فعرف المستقيمين المتوازيين بأنهما المستقيمان اللذان تكون الأبعاد بينهما متساوية. ولكنه لم يوفق لملاحظة أنه بهذه الخطوة قد حول الصعوبة من محل إلى آخر بدلًا من أن يحلها. ثم قام بمحاولة ثانية، فعرف الموازي كمحل هندسي للنقاط التي تبعد بأبعاد متساوية عن مستقيم معلوم، إلا أنه في هذه المرة أثار مشكلة جديدة، إذ عليه الآن أن يثبت أن هذا المحل هو خط مستقيم. ولأنه لم يتمكن من إثبات ذلك، فقد سلم هذه الخاصية من دون برهان^(٣).

ولم تكن هذه المحاولات هي الأولى أو الأخيرة من نوعها، فقد حاول كل من بوسيدونيوس (في القرن الثاني - الأول قبل الميلاد)^(٤) وأغانيس وسنمبليقيوس (في القرنين الخامس والسادس) برهنة المصادرة الخامسة^(٥). وقد استمرت المحاولات على هذا النحو في العالم القديم، ثم انتقلت إلى العالم الإسلامي بعد ترجمة كتاب «الأصول» إلى اللغة العربية، ومنه انتقلت إلى العالم الأوروبي، حيث استؤنفت في القرن السابع عشر الميلادي^(٦).

ثانيًا: مصادرة التوازي في العالم الإسلامي:

(١) محمد جلوب فرحان: تحليل أرسطو للعلم البرهاني، منشورات وزارة الثقافة والإعلام، العراق، 1983م، ص: 125.
(٢) سعيدان: هندسة إقليدس، ص: 69، 70.
(٣) محمد واصل الظاهر: نظرية التوازي، ص: 150.
(٤) روزنفيلد ويوشكفيتش: الهندسة، ص: 595.
(٥) سعيدان: هندسة إقليدس، ص: 134-142.
(٦) صيره: برهان الطوسي، ص: 135.

يعد الجوهري (القرن الثاني وبداية الثالث الهجري)^(١) أول من سجل مأخذاً على المصادرة الخامسة، ففي كتابه «إصلاح كتاب الأصول» اقترح برهاناً لمصادرة إقليدس عن التوازي، أخذ فيه المفهوم الإقليدي للمتوازيات. وقد اعتمد الجوهري في برهانه على فرضية ضمنية معادلة للمصادرة التي يجب إثباتها، وهي: «كل خطين مختلفين فصل من الأطول نصفه، وفصل من نصفه نصفه كذلك مراراً كثيرة؛ وزيد على الأقصر ضعفه، وعلى ما اجتمع ضعفه كذلك مراراً كثيرة. فلا بد أن يبقى من أنصاف الخط الأطول ما هو أقصر من أضعاف الخط الأقصر»^(٢).

وقد أثبت الجوهري في برهانه أيضاً إمكان رسم مثلث، وبالتالي إثبات وجوده. إذ إن مصادرة إقليدس لو صحت، أي إذا تلاقى الخطان، فإن الشكل الذي يُنتج حينئذ يكون مثلثاً. وقد استعمل هذا الشكل فيما بعد الرياضي الفرنسي أدريان ماري لوجندر Adrien Marie Legendre (١٧٥٢-١٨٣٣م) في أوائل القرن التاسع عشر، كمصادرة أسس عليها نظريته في الخطوط المتوازية^(٣).

أما ثابت بن قرة^(٤)، فقد اقترح برهانين مختلفين للمصادرة الخامسة، نجد أحدهما في مقالته: «في برهان المصادرة المشهورة من إقليدس»؛ والآخر في مقالته: «في أن الخطين

-
- (١) هو العباس بن سعيد الجوهري (ظهر حوالي 215هـ-830م)، كان الجوهري من أوائل الذين رصدوا في الإسلام، خبيراً بصناعة التسيير وحساب الفلك، ومن الذين ندبهم المأمون للرصد بالشماسية في بغداد، وكذلك أجرى بعض الأرصاد في دمشق. وقد ألف في مواضع بعض الكواكب السيارة والنيرين زيجاً مشهوراً، واشتغل بالهندسة وله فيها: تفسير إقليدس، وكتاب الأشكال التي زادها في المقالة الأولى من إقليدس). قدرني حافظ طوقان: تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك، دار الشروق، بيروت، دون تاريخ، ص: 213.
- (٢) نصير الدين الطوسي: الرسالة الشافية عن الشك في الخطوط المتوازية (ضمن رسائل الطوسي- الجزء الثاني)، دائرة المعارف العثمانية، الطبعة الأولى، حيدر آباد الدكن، 1359هـ، ص: 18.
- (٣) تاتون: تاريخ العلوم العام، م، ص: 479، 480. موريس شربل: الرياضيات في الحضارة الإسلامية، الطبعة الأولى، بيروت، 1988م، ص: 177. خليل جاويش: نظرية المتوازيات في الهندسة الإسلامية، (تحقيق وتقديم)، المؤسسة الوطنية للترجمة والتحقق والدراسات، تونس، 1988م.
- (٤) وهو أبو الحسن ثابت بن قرة الحراني، ولد بمدينة حران سنة 221هـ=846م؛ انتقل إلى بغداد والتحق بمدرسة بمدرسة أبناء موسى بن شاكر، حيث كان يقوم بترجمة مؤلفات العلماء الأوائل. وذلك أنه كان يجيد اللغة السريانية واليونانية والعبرية. وقد ساهم ثابت مساهمة فعالة في علوم الهندسة حتى لقب بمهندس العرب». ولهذا فإن ثابت لم يترك شيئاً من مؤلفات إقليدس إلا وترجمه، وأضاف إليه معلومات جديدة. وقد نقح ثابت بن قرة تنقيحاً دقيقاً ترجمة أصول إقليدس لإسحاق بن حنين؛ وهي أهم الترجمات العربية وأكثرها فائدة لأصول إقليدس؛ ويمكن الاستعانة بها في بعض المواضع على إصلاح النص الغامض أحياناً في الأصل اليوناني. (صاعد بن أحمد الأندلسي (القاضي): طبقات الأمم، المطبعة الكاثوليكية، نشره الأب لويس شيخو اليسوعي، بيروت، 1912، ص: 27. إبراهيم المسلم: إطلالة على علوم الأوائل، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة 1990، ص: 55. عبد الله الدفاع: العلوم البحتة في الحضارة العربية الإسلامية، مؤسسة الرسالة، الطبعة الرابعة، بيروت، 1987م، ص: 178. الدومبيلي: العلم عند العرب وأثره في تطور العلم العالمي، ترجمة: عبد الحليم النجار، محمد يوسف موسى، مراجعة: حسين فوزي، دار القلم، الطبعة الأولى، القاهرة، 1962م، ص: 164. محمد عبد الرحمن مرحبا: الجامع في تاريخ العلوم عند العرب، منشورات عويدات والبحر المتوسط، الطبعة الثانية، بيروت- باريس، 1988م، ص: 228.

المستقيمين إذا أخرجنا على أقل من زاويتين قائمتين، التقيا في جهة خروجهما». ولذلك سوف ينقسم تناولنا لموقف ثابت إلى قسمين:

القسم الأول: برهان ثابت في المقالة الأولى:

يُعرف ثابت في هذه المقالة الخطوط التوازية، بأنها «خطوط لا تقترب ولا تتباعد بعضها عن بعض». ويأتي بمصادرة تنص على أنه إذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين، وكان هذان الخطان المستقيمان يتقاربان في إحدى جهتيهما، فإنهما يتباعدان في جهتهما الأخرى؛ وإن تقاربا من جهة التقارب وتباعدت من جهة التباعد يزيد بينهما»^(١).

وقد اعتمد ثابت في محاولته لإقامة البرهان على المصادرة الخامسة في هذه المقالة على افتراضه الذي ينص على عدم تلاقي الخطين في الاتجاهين، بل يتقاربان في إحدى جهتيهما ويتباعدان في الأخرى. وبواسطة هذا الافتراض برهن على وجود متوازي الأضلاع، ومن ثم استنتج المصادرة الخامسة.

ولكن في ضوء التطورات اللاحقة للرياضيات، وجدنا في الهندسة الزائدية القطع للوباتشفسكى - التي أبعدت هذه المصادرة - أن هناك خطوطاً متباعدة، تتباعد الواحدة عن الأخرى في كل من الاتجاهين انطلاقاً من خطهما العمودي المشترك. وعلى العكس، ففي نهايات الهندسة الإهليلجية لريمان - التي سلمت بالمصادرة الخامسة - فإنه أيّاً كان الخطان المستقيمان، فهما يقربان ويتقاطعان، هنا أيضاً في اتجاه ما، وفي الآخر انطلاقاً من خطهما العمودي المشترك^(٢).

القسم الثاني: برهان ثابت في المقالة الثانية:

يبدأ ثابت مقالته الثانية بافتراض مختلف تماماً عما هو وارد في مقالته الأولى، حيث يأتي بمفهوم للمتوازيات ينسب إلى الرياضي اليوناني جيمينوس، وهو "أن الخطوط المتوازية هي خطوط تكون الأبعاد بينها أبداً متساوية". وهذا المفهوم مكافئ لمصادرة إقليدس الخامسة^(٣).

(١) ثابت بن قرة: رسالة في برهان المصادرة من إقليدس، تحقيق: خليل جاويش (ضمن كتاب نظرية المتوازيات)، ص: 12، 13.

(٢) روزنفياد ويوشكينيش: الهندسة، ص: 595، 596.

(٣) جاويش: نظرية المتوازيات، ص: 13. وشربل: الرياضيات في الحضارة الإسلامية، ص: 179.

وقد لاحظ ثابت في مقالته الثانية أيضًا -ولأول مرة في تاريخ الرياضيات - أنه لا يمكن نقل شكل على شكل آخر للتحقق من انطباقهما وتساويهما، دون التأكد أولًا من أن صورتيهما لا تتغيران في عملية النقل .

يقول ثابت: «وكان أول الأصول من القضايا المأخوذة من الشيء ذاته، المسلمة في هذا المعنى، والذي به تفهم التقديرات والمسائح كلها، هو انطباق كل مسار على مساوية إذا توهمناه منقولًا إليه كهيئته، وموضوعًا عليه لقياس به ... وقد رجعت أوائل كثير من براهين ما يحتاج إلى البرهان من الأصول الأول من المعاني والأشكال في علم الهندسة إلى استعمال هذا الفعل.. أعني تحريك أحد الشئيين اللذين يقاس أحدهما بالآخر، ورفع من موضعه، ونقله بأوهامنا من غير أن يغير هيئته بالحركة، حتى نضعه كهيئته على الذي يقاس به منهما... فلما كان ذلك كذلك، وكان الخط الذي احتجت إلى استعماله فيما قصدت له، لأبين مطابقته للمسافات التي يمر بها أنها مسافات متساوية، خطأ هذا سبيله، رأيت أن أقيد نقله بمعنى يزيل الشك ويصير إلى الثقة، بأنه لم يتغير عن هيئته وصفته تغييرًا يحدث في المسافات التي يمر بها ... اختلافًا، وإنما طابقها، فدل بانطباقه عليها على تساويها»^(١).

وهذه الملاحظة التي أشار إليها ثابت غاية في الأهمية في علم الهندسة؛ لأن التأكيد على دوام الصورة على حالها يثير مشكلة رياضية وطبيعية لم تحل إلا في أواخر القرن التاسع عشر وبداية القرن العشرين. فقد أتى بالحل لها الرياضي الألماني د. هلبرت في كتابه «أسس الهندسة»، وبالحل الطبيعي العلامة أينشتاين في نظرية النسبية^(٢).

في ضوء ذلك، يأتي ثابت بطريقة جديدة لرسم المتوازيات مبنية على المصادرة الآتية: «كل مجسم نتوهمه متحركًا بكليته إلى جهة واحدة حركة واحدة بسيطة على استقامة، فإن كل نقطة منه، فهي تتحرك على استقامة، فتخط بمرها خطأ مستقيمًا عليه. وإن الخطوط المستقيمة التي تكون فيه، فإن ما كان منها على استقامة حركته، فهو أيضًا يمر على خط مستقيم. وأما ما كان منها على غير استقامة حركته، فليس كذلك»^(٣).

ويتمكن ثابت -بعد أن عرف المتوازيات بهذه الطريقة، وأتى بهذه المصادرة - من أن يستنتج وجود خطوط مستقيمة متساوية البعد، وبالتالي من وجود المستطيل؛ ومن ثم يقيم البرهان على الشكل التاسع والعشرين من الأصول.

(١) ثابت بن قرة: رسالة في أن الخطين المستقيمين إذا أخرجنا على أقل من زاويتين قائمتين التقيا في جهة خروجهما، تحقيق: خليل جاريش (ضمن كتاب نظرية المتوازيات)، ص: 69، 70.

(٢) جاريش: نظرية المتوازيان، ص: 18.

(٣) ثابت: رسالة في أن الخطين المستقيمين ..، ص: 70.

وقد تعرض ابن الهيثم (ت 430هـ=1039م)^(١) أيضاً لمصادرة التوازي في كتابين له، أحدهما: «شرح مصادرات إقليدس في الأصول» والآخر: «حل شكوك كتاب إقليدس في الأصول وشرح معانيه». ففي كتابه الأول يضع ابن الهيثم طريقة لرسم المتوازيات مؤداها «إن الخطوط المتوازية ليست إلا خطوطاً يكون البعد بينها متساوياً دائماً». وهذا التعريف للمتوازيات يغنينا عن استعمال مصادرة إقليدس لأنه مكافئ لها^(٢).

وينطلق ابن الهيثم في كتابه هذا من تبنيه مفهوم «الحركة المنتظمة» - أي الحركة بسرعة ثابتة على طول خط مستقيم لقاطع عمودي - الذي اعتمد عليه ثابت بن قرة، كما سبق أن ذكرنا. وإذا كانت حركة الخط حركة واحدة بسيطة أو منتظمة، فإن جميع النقط التي على ذلك الخط تتحرك حركات متساوية متشابهة؛ لأن حركات النقط التي على ذلك الخط في حال حركة الخط متشابهة في جميع أحوالها^(٣). وهذه المقولة متكافئة مع مصادرة إقليدس الخامسة^(٤).

ثم يحاول ابن الهيثم أن يبرهن أن المصادرة الخامسة من خلال المضلع الرباعي الذي يحتوي على ثلاث زوايا قائمة، وفيما طرحه من الفروض الثلاثة المتعلقة بالزاوية الرابعة، التي يمكن أن تفترض حادة أو منفرجة أو مستقيمة. وبعد أن لخص ابن الهيثم الحالتين الأوليين بين وجود المستطيل، ومن ثم استنتج بسهولة مصادرة إقليدس^(٥). وبالفعل فإن الحالتين المرفوضتين تشكلان مبرهنتين هندسيتين، الأولى من هندسة القطع الزائد، والثانية من الهندسة الإهليلجية؛ كما يشكل «المضلع الرباعي» فيما بعد الأساس الرياضي الذي اعتمد عليه الرياضي السويسري يوهان هينريش لامبرت (1728-1777م) Johan Heinrich Lambert في محاولته لبرهان المصادرة الخامسة^(٦) كما سوف نشير.

(١) يعد ابن الهيثم واحداً من أبرز علماء الرياضيات، وواحدًا من أعظم الباحثين في علم الضوء في كل العصور. قد كتب ابن الهيثم تعليقات وشروحات على أعمال إقليدس؛ كما حاول إزالة بعض الشكوك على مصادرات إقليدس. وترجع شهرته إلى كتابه في الضوء، ذلك الكتاب الذي نقد فيه كلا من إقليدس وبطلميوس في كتابيهما عن الضوء». وقد ألف ابن الهيثم الكثير من المؤلفات في مختلف المجالات، إلا أننا سوف نذكر منها ما يخص الهندسة فقط، وذلك على النحو التالي: كتاب شرح أصول إقليدس في الهندسة والعدد؛ كتاب: المختصر في علم هندسة إقليدس؛ كتاب: مسألة هندسية شرح قانون إقليدس؛ كتاب: في تحليل المسائل الهندسية، وهو مستخرج من مؤلفات إقليدس وأبولونيوس؛ كتاب: حل الشك حول إقليدس بالنسبة للمقالة الخامسة؛ كتاب: حل الشك حول إقليدس بالنسبة للمقالة الثانية عشرة؛ كتاب: قسمة المقادير المختلفين المذكورين في الشكل الأول في المقالة العاشرة من كتاب إقليدس، (نظرية الاستنفاد أو إبقاء الفرق)؛ كتاب: في شرح مصادر كتاب إقليدس. (عبد الله الدفاع: إسهام علماء المسلمين في الرياضيات، ترجمة: جلال شوقي، دار الشروق، الطبعة الأولى، بيروت، 1981م، ص 92، 105. إبراهيم المسلم: إطلالة، ص 71-78، 114، 115).

(٢) خليل جاويش: نظرية المتوازيات، ص 13. شربل: الرياضيات في الحضارة الإسلامية، ص: 179. أحمد سعيد الدمرداش: الحسن بن الهيثم (سلسلة أعلام العرب)، دار الكاتب العربي، مصر، 1969م، ص: 170-173.

(٣) ابن الهيثم: شرح مصادرات إقليدس في الأصول، تحقيق: خليل جاويش، (ضمن كتاب نظرية المتوازيات)، ص: 88.

(٤) روزنفيلد يوشكفيتش: الهندسة، ص: 598.

(٥) تاتون: تاريخ العلوم العام، م 1، ص: 480. شربل: الرياضيات في الحضارة الإسلامية، ص: 180. عبد الله الدفاع: إسهام العلماء المسلمين في الرياضيات، ص: 109.

(٦) روزنفيلد ويوشكفيتش: الهندسة، ص: 597.

أما كتاب «حل شكوك كتاب إقليدس في الأصول وشرح معانيه»، فقد اكتفى ابن الهيثم فيه بالإحالة إلى كتابه الأول «شرح مصادرات إقليدس في الأصول». وعلى الرغم من ذلك، فإن ابن الهيثم يلجأ إلى مصادرة متكافئة مع مصادرة إقليدس، ولكنها أبين عند الحس وأوقع في النفس، وهي كالتالي: «إن كل خطين مستقيمين متقاطعين، فليس يوازيان خطأً واحداً مستقيماً»^(١).

واعتماداً على كتابه الأول -شرح المصادرات- يأتي ابن الهيثم في كتابه الثاني -حل الشكوك بأول نقد فلسفي لمفهوم اللانهاية، ونبذ استعمال هذا المفهوم في الرياضيات لأنه يفوق التخيل البشري. وبذلك وضع شرطاً لاستعمال الكائنات الرياضية - أى الأعداد والأطوال والأشكال - وهو أن تكون متناهية. ومن ثم يمكن تصورها وتصور تغيراتها في المخيلة^(٢).

يقول ابن الهيثم: «... فما لانهاية له لا جملة له، وما ليس له جملة، فليس يدرك تخيل جملته. وإذا لم يدرك التخيل جملة الشيء، وكان مع ذلك متخيلاً له، فالتخيل هو بعضه. وإذا كان التخيل مدرجاً لذلك البعض، فهو مدرك لجملة ذلك البعض. وإذا كان مدرجاً لجملة ذلك البعض، فالبعض جملة. وإذا كان ذلك البعض جملة، فلذلك البعض متناهٍ. وإذا كان متناهياً وكان التخيل مدرجاً لجملته، فهو مدرك لانهاياته؛ فكل متخيل فهو متناهٍ^(٣).

وفي ضوء ذلك، استطاع ابن الهيثم صياغة المسألة المتعلقة بالمقادير التعليمية أو الكائنات الرياضية، وكيف أنها موجودة في التخيل، ووجودها إنما هو انتزاعاً من الأجسام المحسوسة^(٤). كما أوضح أيضاً أن النظر المتعمق أو النظر العقلي في وجود الأشياء وماهياتها، إنما هو من شأن الفلاسفة أكثر منه شأن علماء الرياضيات. وفي هذا يقول ابن الهيثم: «...فلذلك لأن الكلام في وجود الموجودات ليس هو كلاماً هندسياً، ولا يجب على المهندس إثبات آنية النقطة ولا إثبات شيء من آنيات المقادير التي نستعملها؛ لأن إثبات وجود آنيات الموجودات إنما هو على الفيلسوف لا على المهندس»^(٥).

فليس كل موجود -إذن- يكون موجوداً بالحس، بل يقسم ابن الهيثم الموجودات إلى قسمين: موجوداً بالحس، وموجوداً بالتخيل والتميز؛ والموجود على التحقيق هو الموجود

(١) الحسن بن الهيثم: حل شكوك إقليدس وشرح معانيه، مخطوط معهد المخطوطات العربية بالقاهرة، برقم 74، رياضيات، ص: 15 ب.

(٢) جاويش: نظرية المتوازيات، ص: 16.

(٣) ابن الهيثم: حل شكوك إقليدس، ص: 8.

(٤) المصدر نفسه، ص: 6 ب.

(٥) المصدر السابق، 6 أ.

بالتخيل والتمييز. أما الموجود بالحس، فليس كذلك؛ لأن الحواس كثيرة الأغلاط؛ وإذا غلط الحس، فلن يدرك الحاس بغلطه. ومن ثم فليس ما يوجد بالحس يوثق بوجود حقيقته، وبالتالي فهي ليست موجودة. وإذا كانت حقيقة الشيء أو الموجود غير موجودة، فهو ليس موجوداً على الحقيقة»^(١).

وننوه أخيراً إلى نقطتين، الأولى: إن العرب لم يتبنوا التصور اليوناني للكائنات الرياضية، فلم يجعلوا منها ماهيات ذهنية مستقلة وكاملة على غرار المثل الأفلاطونية، بل لقد اعتبروا الموضوعات الرياضية تجريدات عقلية، أي موضوعات ذهنية تستخلص بالتجريد والتعميم. وليس هناك ما يدل على أنهم نسبوا إليها وجوداً موضوعياً، كما فعل اليونان، أو أنهم كانوا يعتقدون في هذا الوجود الموضوعي للكائنات الرياضية. وهذا يدل على أن العرب قد أعجبوا بما تمتاز به الرياضيات من معقولية وبقين، ومن ثم اهتموا وأعجبوا بالجانب المنطقي في الرياضيات اليونانية، وأهملوا جانبها الميتافيزيقي^(٢).

والثانية: إن مذهب ابن الهيثم في فلسفة الرياضيات هو المذهب الحدسي؛ لأنه يعتمد في تعريفاته وشروحه ليس فقط على الحس، بل أيضاً على الحدس بالمعنى الذي نجده عند كانط^(٣).

ويعد عمر الخيام من الرياضيين الذين كانوا يعتقدون بأهمية الهندسة وضرورتها في دراسة جميع ميادين العلوم؛ وقد كان أحد الذين ساهموا في دراسة الجبر باعتباره علماً قائماً بذاته، كما كان شارحاً وناقداً لهندسة إقليدس. وله بعض الكتب الهندسية، منها: "رسالة في شرح ما أشكل من مصادرات كتاب إقليدس"، و"رسالة عن المصادرة الخامسة من مصادرات إقليدس"، و"رسالة حول فرضية المتوازيات الإقليدية". ويحاول الخيام في هذه المؤلفات البرهنة على المصادرة الخامسة معتمداً على جهود سابقه إلى حد بعيد، فقد أولى ما قدمه الحسن بن الهيثم مثلاً حول المصادرة الخامسة عناية خاصة^(٤).

ويشير الخيام في رسالته: «شرح ما أشكل من كتاب إقليدس» إلى أن السبب الحقيقي وراء غلط المتأخرين في برهان المصادرة الخامسة، هو غفلتهم عن المبادئ أو الأسس

(١) المصدر السابق، ص: 13، أ، ب.
(٢) محمد عابد الجابري: مدخل إلى فلسفة العلوم، مركز دراسات الوحدة العربية، الطبعة الثالثة، بيروت، 1994م، ص: 63، 64.
(٣) جاويز: نظرية المتوازيات، ص: 16.
(٤) عيسى عبد الله: الفكر الرياضي الإسلامي، ص: 265، 266. الدفاع: العلوم البحتة، ص: 224، 231. إبراهيم المسلم: إطلالة، ص: 116، 117.

الفلسفة الأرسطالية، واعتمادهم فقط على ما أورده إقليدس في صدر مقالته الأولى في الأصول. وهذه المبادئ أو الأسس الفلسفية، هي كالتالي^(١):

- ١- يمكن تقسيم المقادير إلى ما لانهاية، أي أنها ليست مركبة عما لا ينقسم.
- ٢- يمكن رسم خط مستقيم إلى ما لانهاية .
- ٣- الخطان المستقيمان المتقاطعان ينفرجان ويتباعدان بابتعادهما عن رأس زاوية تقاطعهما.
- ٤- الخطان المستقيمان المتقاربان يتقاطعان، ومن المستحيل على خطين مستقيمين متقاربين أن يتباعدا في اتجاه تقاربهما نفسه.
- ٥- يمكن مضاعفة الكمية الصغرى من بين كميتين غير متساويتين ومحدودتين بحيث تتجاوز الكمية الكبرى.

وهكذا يميز الخيام بين البرهان الإني والبرهان اللمي، فبرهان إن هو الذي نبرهن به على وجود الشيء، ومثل ذلك البرهان على وجود الخط أو الزاوية أو المثلث. وبرهان لم هو الذي تبرهن به على سبب وجود الشيء، أو سبب خواصه. وإلى هذا النوع الثاني من البراهين تنتمي جميع براهين الرياضيات^(٢).

ويشير الخيام إلى تهافت معظم المحاولات السابقة التي تناولت المصادرة الخامسة، وذلك لأنه لم يظفر منها ببرهان صحيح على هذه المصادرة. بل ويؤكد أن كل محاولة منها صادرت على أمر ليس تسليمه بأسهل من المصادرة نفسها. وقد انتقد الخيام أيضاً محاولة ابن الهيثم لبيان أن هذه المصادرة ينبغي أن تكون من جملة المبادئ التي لا تحتاج إلى برهان، مما جعله يخرج عن الاعتدال ويغير حدود المتوازيات^(٣). كما اكتشف الخيام أيضاً أن الخطأ في برهان ابن الهيثم على المصادرة الخامسة يكمن في إدخال فكرة الحركة في الهندسة، ولذلك فهو يتساءل عن ".... أية نسبة بين الهندسة والحركة، وما معنى الحركة؟"^(٤). وذلك لأن الحركة من خصائص الكائنات الطبيعية لا من خصائص الكائنات الرياضية المجردة^(٥).

(١) عمر الخيام: رسالة في شرح ما أشكل من مصادرات كتاب إقليدس، تحقيق: عبد الحميد صبره، منشأة المعارف، الإسكندرية، 1961م، ص: 17، 18. وانظر: روزنفيلد وبوشكفيتش: الهندسة، ص: 96.

(٢) جاويش: نظرية المتوازيات، ص: 17.

(٣) الخيام: شرح ما أشكل من مصادرات إقليدس، ص: 5، 6.

(٤) المصدر نفسه، ص: 7.

(٥) جاويش: نظرية المتوازيات، ص: 17.

ويتابع الخيام مؤكداً -رأي علماء سابقين- أنه ليس هناك من شك في أن لا وجود لخط ما سوى على سطح، ولا وجود لسطح سوى على جسم، وأنه لا بد للخط من التواجد على جسم ما. وعليه فلا يمكن لخط أن يستبق سطحاً^(١). فكيف -إن- يجوز على هذا الخط الحركة مجرداً عن موضوعه أو مسببه؟ وكيف يحصل الخط عن حركة النقطة، وهو قبل النقطة بالذات والوجود؟^(٢).

والحقيقة أن مبدأ إدخال الحركة في الهندسة يعود إلى إقليدس، وذلك استناداً إلى تعريفه للكرة بأنها نتيجة دوران نصف دائرة حول قطرها. إلا أن الخيام لم يوافق على هذا التعريف، بل انتقده؛ لأن إقليدس لم يعرف الدائرة على أنها رسم يحصل بدوران قطعة مستقيمة حول نقطة ثابتة^(٣).

وقد استخدم الخيام في برهانه على المصادرة الخامسة مصادرة أخرى متكافئة مع مصادرة إقليدس، وهي المبدأ الرابع من المبادئ الفلسفية الخمسة. وتنص هذه المصادرة على "أن الخطين المتقاطعين يتباعدان، وأن الخطين المتقاربين يتقاطعان".

وقد قام السمرقندي^(٤) في كتابه "أشكال التأسيس في الهندسة" بتحليل تعريفات المصادرات ما عدا المصادرة الخامسة، وبرهن خمسة وثلاثين اقتراحاً أساسياً من أصل خمسة وأربعين يحتويها كتاب الأصول لإقليدس^(٥). وأهم اقتراح يعد أساساً لتفكيره: "أن نصل نصل خطأً مستقيماً بين كل نقطتين، وذلك بأن نفرض بين هاتين النقطتين نقطاً على سمتها، وأن نفرض نقطة تنطبق على إحدى النقطتين، ونتوهم أنها تحركت من تلك النقطة إلى الأخرى على هذه النقط المفروضة بينهما". فمسير تلك النقطة خط مستقيم واصل بين النقطتين^(٦).

(١) الخيام: شرح ما أشكل...، ص: 7. وانظر: روزنفيلد ويوشكفيتش: الهندسة، ص: 602.

(٢) المصدر نفسه، الصفحة نفسها.

(٣) عيسى عبد الله: الفكر الرياضي الإسلامي، ص: 164.

(٤) وهو شمس الدين محمد بن أشرف السمرقندي، المتوفي حوالي سنة 600هـ؛ ألف في الهندسة كتاباً بعنوان: «أشكال التأسيس في الهندسة»، وهو خمسة وثلاثون شكلاً من كتاب إقليدس. وقد شرحه العلامة موسى بن محمد المعروف (بقاضي زادة الرومي) سنة 815هـ/1412م بسمرقند، وهو شرح ممزوج لطيف وعليه تعليقات؛ منها حاشية تلميذه أبي الفتح محمد بن سعيد الحسيني المعروف (بتاج السعيد)، وهي شرح مفبوحاشية أخرى لفصيح الدين محمد، علقها سنة 879هـ=1474م للأمير علي شير الوزير، وعلى أوائله تعليق لقاضي زادة أيضاً. (حكمت نجيب عبد الرحمن: دراسات في تاريخ العلوم عند العرب، منشورات جامعة الموصل، دمشق، بدون تاريخ، ص: 163).

(٥) علي مصطفى بن الأشهر: نظرية المتوازيات في الهندسة العربية والإسلامية، (مقال ضمن المجلة العربية للعلوم، للعلوم، العدد 36)، المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، تونس، 2000م، ص: 150.

(٦) قاضي زادة الرومي: شرح أشكال التأسيس في الهندسة للسمرقندي، مخطوط دار الكتب المصرية برقم 61 حساب، ميكروفيلم رقم 45247، ص: 7ب: 18.

أما حسام الدين السالار^(١)، فقد برهن أيضًا على برهنة مصادرة التوازي الإقليدية، عن طريق مقاله: «مقدمات لتبيين المصادرة التي ذكرها إقليدس في صدر المقالة الأولى، فيما يتعلق بالخطوط المتوازية». ولإثبات المصادرة الخامسة ناقش السالار أولاً المقدمات الست التالية^(٢):

- ١- متى خرج من طرف خط مفروض عمودان متساويان ووصل بينهما بخط مستقيم، فإن الزاويتين الحادتين عند نهايتي العمودين هما متساويتان.
 - ٢- كل خط مستقيم يخرج من طرفه خطان مستقيمان يقومان عليه قيامًا معتدلاً غير مائل إلى أحد الجانبين، وهما عمودان عليه؛ فإنهما كلما بعدا عن مخرجيهما ولو بغير نهاية لا يتمايلان لا إلى التقارب ولا إلى التباعد.
 - ٣- كل خطين خرج من أحدهما خط مستقيم إلى الآخر، ويحدث الزاويتان اللتان في جهة واحدة مثل قائمتين؛ فإنه يوجد بينهما خط مستقيم هو عمود عليهما جميعاً. فحكم الخطين هو أنهما لا يتقاربان ولا يتباعدان أبداً .
 - ٤- الخط الواصل بين نهايتي العموديين المتساويين الخارجين عن طرفي خط مستقيم ينتج عند النهايتين زاويتين قائمتين .
 - ٥- كل سطح ذي أربعة أضلاع قائم الزاويًا يكون كل ضلعين متقابلين منه متساويين .
 - ٦- كل خطين يبتدآن من نقطة، ويحيطان بزاوية قائمة كانت أو غير قائمة، ويمتدان بغير نهاية، فإنه يتزايد البعد بينهما.
- وقد حاول أثير الدين الأبهري^(٣) أيضًا برهنة مصادرة التوازي كغيره من العلماء، إلا أنه قدم لنا صيغة مكافئة لم يشر إليها أحد من قبله. فقد برهن أولاً أن العمود المقام على منتصف زاوية من نقطة مفروضة عليها يقطع ضلعيها^(٤).

(١) هو علي بن فضل الله حسام الدين السالار، عمل أولاً في خوارزم، وبعد استيلاء المغول على هذا البلد، أكمل في بلاط جنكيز خان وخلفائه ومنهم هولكو خان. (كارل بروكلمان: تاريخ الأدب العربي، ترجمة: محمود فهمي حجازي (المشرف على الترجمة)، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة، 1995م، القسم الخامس، ص 191).

(٢) حسام الدين السالار: مقدمات لتبيين المصادرة التي ذكرها إقليدس في صدر المقالة الأولى فيما يتعلق بالخطوط المتوازية، مخطوط دار الكتب المصرية برقم 701 رياضية، ميكرو فيلم رقم 45166، ص: 2-6.

(٣) هو أثير الدين الفضل بن عمر بن المفضل الأبهري السمرقندي، نشأ بالموصل، ثم أخذ في طلب العلم عن مشايخ عصره، لاسيما كل من فخر الدين الرازي وكمال الدين بن يونس. ثم أصبح له تلامذة مشهورون من أمثال المؤرخ ابن خلكان. وقد توفي الأبهري في سنة ثلاث وستين وستمئة هجرية وذلك اعتماداً على ما ذكره ابن العبري وأيضاً على ما ذكره كل من كحالة، والزركلي، والبغدادى، وجرجى زيدان، وبروكلمان. وقد ترك لنا الأبهري عدة مولفات شملت مختلف النواحي العلمية والفلسفية والمنطقية، منها: تنزيل الأفكار في تعديل الأسرار، كشف الحقائق في تحري الدقائق، عنوان الحق وبرهان الصدق، هدية الحكمة، المختصر في علم الهيئة، الزيج

ولإثبات المصادرة الخامسة، يناقش الأبهري الاحتمالات الثلاثة التالية^(٢):

- ١- إحدى الزاويتين الداخليتين الواقعتين على جهة واحدة من قاطع لمستقيمين معلومين تكون قائمة، وتكون الزاوية الأخرى حادة.
- ٢- تكون الزاويتان الداخليتان الواقعتان من جهة واحدة من القاطع حادتين.
- ٣- إحدى الزاويتين الداخليتين منفرجة والأخرى حادة، ومجموعهما أقل من قائمتين.

ولا يبقى بذلك إلا احتمال رابع، وهو أن مجموع الزاويتين الداخليتين يجب أن يكون قائمتين. ومن ثم فلم يسبق أن لاحظ أحد قبل الأبهري العلاقة ما بين مصادرة إقليدس وقضية الأبهري المذكورة في صدر محاولته سابقاً، وبذلك يضيف نظرية مكافئة لهذه المصادرة.

أما نصير الدين الطوسي (ت672هـ = 1274م)، فيعد أحد العلماء الذين احتلوا مكانة مرموقة في تاريخ العلم الرياضي، حيث أصبح اسمه مرتبطاً بالرياضيات أشد الارتباط، في الشرق والغرب على السواء. فقد برع الطوسي في البحوث الهندسية عن غيره من العلماء، بإحاطته الكلية بالمبادئ والقضايا الأساسية التي تقوم عليها الهندسة، لاسيما فيما يتعلق بالمتوازيات؛ وقد فهمها الطوسي كما يفهمها العلماء المعاصرون^(٣).

وفي هذا يقول حيدر بامات: «إن نصير الدين الطوسي كان أول من شك في قيام هندسة إقليدس، ويجب أن يعد الرائد القديم للوبانثفسكى وريمان في الهندسة اللاإقليدية»^(٤). كما يقول العالم الألماني فيدمان: «إن نصير الدين الطوسي حاول أن يبرهن فرضية إقليدس الخامسة في كتابه «الرسالة الشافية عن الشك في الخطوط المتوازية»، فكانت محاولة ناجحة

الشامل، الزيج الأثيري، رسالة في العمل بالاسطرلاب (انظر: ابن خلكان: وفيات الأعيان وأنباء أبناء الزمان، تحقيق: محمد محيي الدين عبد الحميد، مكتبة النهضة المصرية، الطبعة الأولى، القاهرة، 1948م، ج4، ص: 297، 398 إسماعيل باشا البغدادي: هدية العارفين (أسماء المؤلفين وأثار المصنفين)، مكتبة الإسلامية والجغرفي تيريزي، الطبعة الثالثة، طهران، 1967م، ج2، ص: 469. جرجي زيدان: تاريخ أدب اللغة العربية، مطبعة الهلال، مصر، 1931م، ج3، ص: 105. ابن العبري (غريغوريوس أبي الفرج بن أهرن)؛ تاريخ مختصر الدول، تحقيق: الأب أنطون صالحان اليسوعي، دار الرائد اللبناني، بيروت، 1983م، ص: 445. حاجي خليفة: كشف الظنون، ص: 97، 206-208، 494، 953، 1493، 1616، 1750، 2028، 2030. عمر رضا كحالة: معجم المؤلفين، (تراجم مصنفي الكتب العربية)، دار احياء التراث العربي، بيروت، دون تاريخ، ج13، ص: 315. خير الدين الزركلي: الأعلام، ج8، ص: 203. الدومبيلي: العلم عند العرب، ص: 299، يوسف إلياس سركيس: معجم المطبوعات، العربية والمعرية، مكتبة الثقافة الدينية، القاهرة، دون تاريخ، ج1، ص: 290. بروكلمان: تاريخ الأدب العربي، القسم الخامس، ص: 99-111).

(١) الأشهر: نظرية التوازي، ص: 104. وانظر محمد واصل: نظرية التوازي، ص: 155.

(٢) قاضي زادة الرومي: شرح أشكال التأسيس، ص: ٢٤ب، وانظر: الأشهر: نظرية التوازي، ص: ١٠٤، محمد واصل: نظرية التوازي، ص: ١٥٦-١٥٩.

(٣) طوقان: نراث العرب العلمي، ص: 412. طوقان: العلوم عند العرب، دار إقرأ، بيروت، دون تاريخ، ص: 220.

(٤) حيدر بامات: إسهام للمسلمين في الحضارة الإنسانية، ترجمة: ماهر عبد القادر (ضمن كتاب التراث والحضارة الإسلامية، دار النهضة العربية)، بيروت، دون تاريخ، ص: 12.

حيث فتح باب النقاش وعدم التسليم بما كتبه إقليدس وأمثاله من علماء اليونان في الهندسة^(١).

فلقد أعمل الطوسي تفكيره في إشكالية الخطوط المتوازية، وذلك من خلال عمليين، الأول: الرسالة الشافية عن الشك في الخطوط المتوازية، والتي ألّفها خصيصاً لهذه الإشكالية. والثاني: تحرير أصول الهندسة والحساب لإقليدس. وفي الرسالة الشافية، وقبل أن يعرض الطوسي برهانه الخاص للمصادرة الخامسة، يستعرض ثلاث محاولات سابقة عليه لكل من العباس بن سعيد الجوهري، وابن الهيثم، وعمر الخيام، وذلك لنقدها وتقييمها والاستفادة منها.

ويتابع الطوسي في رسالته الشافية عارضاً برهانه الخاص بالمصادرة الخامسة، و كما يذكر هو نفسه، فإنه استعار بعضاً من الأشكال من الخيام، وهما الأول والرابع^(٢)، وقد عرض الطوسي أيضاً مرتين كلاً من القضيتين الأخرتين من البرهان، والصيغة الثانية من هذه الإعادة ترجع إلى الجوهري^(٣). وهذا يعني أن الطوسي يعرض في رسالته هذه النظريتين للخطوط المتوازية، أولهما تأخذ مفهوم تساوي الأبعاد بين الخطين المتوازيين. أما في نظريته الثانية فقد سلك طريقة الجوهري.

ولم يستخدم الطوسي في رسالته الشافية مصادرة مكافئة لمصادرة إقليدس الخامسة، كما أنه ارتكب خطأ يتعلق بالمصادرة على القول أو المطلوب. وقد نبه علم الدين قيصر الحنفي^(٤) إلى هذا الخطأ في رسالة وجهها للطوسي^(٥)، يقول فيها:

".. غير أن البيان في الشكل الثالث وهو كون لزوم كل واحد من الخطين في كل واحد من الجهتين يقرب كل واحد منهما عن الآخر ويبعد معاً، وأن ذلك مستحيل. وإن كانت تلك قضية ضرورية، فإنها ليست من القضايا الهندسية، ونحن جعلنا هذه القضية من جملة أشكال كتاب إقليدس. وأما ما ارتضاه مولانا من كلام الجوهري وأضاف إليه ما أضاف، فهو في غاية ما يمكن من الحسن... ويمكن أن تبني بعد بيان الشكل السادس بعينه هذه القضية بطريق آخر، فيقال: إنه إذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين، فتصير الزاويتان

(١) إبراهيم المسلم: إطلالة على علوم الأوائل، ص: 118.
(٢) الطوسي: الرسالة الشافية، ص: 29-34. روزنفييلد ويوشكفيتش: الهندسة، ص: 599.
(٣) انظر المصدر السابق، ص: 34-36. وأيضا المرجع السابق، الصفحة نفسها.
(٤) وهو علم الدين قيصر بن أبي القاسم بن عبد الغني بن مسافر الحنفي الأسفوني، الملقب بتعاسيف. عرف بالمهندس، وكان فلكياً ورياضياً. اعترف بفضلته ونبوغه ابن أبي أصيبعة. ولد بأسفون من صعيد مصر سنة 574هـ/ 1178م، وتوفي في دمشق سنة 649هـ- 1251م. درس في مصر وسوريا ثم في الموصل على كمال الدين بن يونس، وبعد ذلك رجع إلى سوريا ودخل في خدمة حاكم حماة 627-642هـ= 1229-1244م، وعمل له بعض النواير والقلاع. (الزركلّي: الأعلام، ج6، ص: 12. طوفان: تراث العرب العلمي، ص: 402.
(٥) روزنفييلد ويوشكفيتش: الهندسة، ص: 599.

الداخلتان في جهة واحدة حادثين ومجموعهما أقل من قائمتين، فإن الخطين إذا أخرجنا في تلك الجهة التقيا^(١).

وعليه، بدأ الطوسي وهو ينقل برهان المصادرة الخامسة من الرسالة الشافية إلى كتاب «تحرير أصول الهندسة والحساب» لإقليدس، بإعلان مصادرة شبيهة بالتي استخدمها الخيام، لكنها أقوى منها^(٢). وهذه المصادرة: «إن الخطوط المستقيمة الكائنة في سطح مستو، إن كانت موضوعة على التباعد في جهة، فهي لا تكون موضوعة على التقارب في تلك الجهة بعينها، وبالعكس، إلا أن يتقاطعا»^(٣).

وقد استعمل الطوسي أيضاً في بيان هذه المصادرة قضية^(٤) أخرى استعملها إقليدس في المقالة العاشرة وغيرها: «أن كل مقدارين محدودين من جنس واحد، فإن الأصغر منهما يصير بالتضعيف مرة أخرى أعظم من الأعظم»^(٥).

وكذلك استخدم الطوسي مجموعة من القضايا الإقليدية المفروضة والمبرهنة السابقة على القضية (29) من المقالة الأولى من كتاب «الأصول»، وهي القضية التي يفترض فيها إقليدس المصادرة الخامسة لأول مرة في كتابه^(٦).

وهكذا أقام الطوسي نسقه الاستنباطي الذي يستخدمه في برهانه على المصادرة الخامسة لإقليدس، إذ استطاع أن يبرهن على أن «مجموع زوايا أي مثلث مساوية لزويتين قائمتين». وبذلك استبعد أن يكون مجموع زوايا المثلث أكبر من قائمتين أو أصغر من قائمتين. وبهذا يكون الطوسي قد وضع لنا ما يكافئ مصادرة إقليدس الخامسة. وهو لا يعد من هذه الناحية متفوقاً على معاصريه فحسب، بل على علماء الهندسة اللاحقين عليه أيضاً.

فقد نبه الطوسي الأذهان إلى إمكان استخدام المنطق، وبالذات برهان الخلف في المصادرة الخامسة. وبالفعل فإن الهندسات الحديثة قامت، أساساً، عن طريق دحض هندسة إقليدس بهذه الطريقة من البرهان، ولهذا نرى أن البداية واحدة عند الطوسي والرياضيات

(١) الطوسي: الرسالة الشافية، ص: 38.

(٢) روزنفيلد ويوشكفيتش: الهندسة، ص: 599، 600.

(٣) إقليدس: أصول الهندسة، ص: 13.

(٤) تعرف هذه القضية بـ «مصادرة أرشميدس» وإن لم يكن أرشميدس أول من استعملها؛ فالمعروف (تقلاً عن أرشميدس نفسه)، أن أودكسوس (397 ق.م) قد استعان بها في البرهنة على بعض القضايا التي ظهرت فيما بعد في كتاب الأصول لإقليدس. وكذلك استعملها إقليدس في برهانه على القضية الأولى من المقالة العاشرة، مستنداً في تبريره لها إلى تعريفه للمقادير ذوات النسبة، كما ذكره في المقالة الخامسة. (سعيد الدمرداش: الحسن بن الهيثم، ص: 177. وانظر: عبد الحميد صبره: برهان نصير الدين الطوسي، 13).

(٥) إقليدس: أصول الهندسة، ص: 3 ب.

(٦) عبد الحميد صبره: برهان نصير الدين الطوسي، ص: 143.

الحديثة، من حيث استخدام برهان الخلف إلا أن النتائج سوف تختلف. وذلك لأن الطوسي قد أراد توضيح المصادرة، أما الفكر الحديث فسوف يقيم الهندسات اللإقليدية، كما سوف نشير^(١). وبهذا يؤثر العرب عن طريق استخدام المنطق في الهندسة في الفكر الرياضي الحديث.

وتأكيداً على أهمية الطوسي في هذا المجال، يذكر محمد إقبال: «وفى ميدان الرياضة ينبغي أن نذكر أنه منذ أيام بطليموس (87-190م) إلى أيام نصير الدين الطوسي (1201-127م)، لم يفكر أحد تفكيراً جدياً في صعوبة البرهنة على صحة بديهية إقليدس عن الخطين المتوازيين، على أساس الفراغ المدرك. وكان الطوسي أول من أزعج هذا السكون الذي خيم على عالم الرياضيات ألف سنة. وفي محاولته لإصلاح نظرية إقليدس أدرك ضرورة العدول عن الفراغ المدرك، وبهذا وضع أساساً - وإن كان ضعيفاً - لنظرية الحيز الزائد أو الفراغ القوي^(٢) المأخوذ بها في عصرنا هذا»^(٣)، والتي لها دور عظيم في دراسة الفضاء الطبيعي وتفسيرات النظرية النسبية .

وهكذا، نرى كيف بلغ التطور الرياضي في الإسلام ذروته على يد الطوسي، الذي أوصل هذا العلم إلى درجة لم يبلغها الغرب أو يتجاوزها إلا بعد مرور مئات السنين^(٤)، وهذا ما جعل سارتون يقول عن الطوسي: إنه «من أعظم علماء الإسلام، ومن أكبر رياضيينهم»^(٥). كما جعل الشيخ عبد نعمه يقول عنه إنه «من أعظم العلماء العالميين إطلاقاً، الذين نبغوا في الجبر والحساب والهندسة والمثلثات، وغيرها من العلوم الرياضية»^(٦).

ويقدم محيي الدين المغربي^(٧) برهاناً على المصادرة الخامسة، وذلك في كتابه "تحرير أصول إقليدس". كما قدم قطب الدين الشيرازي (ت710هـ - 1311م)^(٨) برهاناً على المصادرة

(١) عيسى عبد الله: الفكر الرياضي الإسلامي، ص268، 269.
(٢) نظرية الحيز الزائد في الهندسة، هي الهندسة التي تضيف إحداثياً رابعاً، وهو الزمان إلى الإحداثيات أو الأبعاد الثلاثة المأخوذة بها في هندسة إقليدس.
(٣) محمد إقبال: تجديد التفكير الديني في الإسلام، ترجمة: عباس محمود، راجعه: عبد العزيز المراغي بك، مهدي علام. مطبعة لجنة التأليف والترجمة والنشر، القاهرة، 1955م، ص: 153.
(٤) زيغريد هونكة: شمس العرب تسطع على الغرب، ترجمة: فاروق بيضون، وكمال دسوقي، مراجعة: فاروق فاروق عيسى الخوري، دار الأفاق الجديدة، الطبعة الثانية، بيروت، 1986، ص: 161.
(5) Sarton, G.: Introduction to the History of Science, Baltimore, 1962, P. 1008.
(٦) الشيخ عبد الله نعمه: فلاسفة الشيعة (حياتهم وأراؤهم)، دار مكتبة الحياة، بيروت، دون تاريخ، ص93، 94.
(٧) وهو أبو شكر يحيى بن محمد بن أبي الشكر بن حميد المغربي، التونسي. كان من أصحاب الملك ناصر الأصغر الأصغر يوسف الأيوبي ملك دمشق وحلب. وقد انضم محيي الدين في سنة 658هـ إلى هيئة علماء مرصد المراغة فراراً من بطش هولاء، وذلك عندما علم أنه رجل عارف بعلم السماء والكواكب والتنجيم. وتوفي محيي الدين في الفترة بين سنة 680-690هـ/ 1281-1291م. (ابن العبري: مختصر تاريخ الدول، ص489، 490. كارل بروكلمان: تاريخ الأدب العربي، القسم الخامس، ص186، 187.

المصادرة الخامسة، وذلك في القسم الهندسي من مؤلفه الموسوعي "درة التاج لغزّة الدياج". ولكننا لم نتمكن حتى الآن من الحصول على نسخة أو أكثر من هذا المؤلف، وإن كان كل من روزنفيلد ويوشكفيتش يعتقدان أن الشيرازي كغيره من العلماء قد ارتكب خطأ المصادرة على قول أو المطلوب، كما يعتقدان أنه في عَرَضه لعدد معين من الموضوعات، وخاصة بصياغته للمصادرات أقرب إلى تحرير الطوسي المزعوم^(٢).

وهكذا حاولنا في النقطة الثانية تبيان المحاولات التي بذلت في العالم الإسلامي، لإزالة الغموض الذي خيم حول المصادرة الإقليدية. فهل كان لهذه المحاولات أثر في تنبيه العقلية الأوروبية وإيقاظها من سباتها العلمي؟ وهل تأثر الأوروبيون فعلاً بهذه المحاولات؟ وإلى أي حد كان هذا التأثير إذعائياً لظهور الهندسات غير الإقليدية في العالم الغربي .

ثالثاً: أثر المحاولات الإسلامية في العالم الأوروبي:

لقد طبع إقليدس -إذن- الفكر الرياضي بطابعه، وكانت هندسته محور كل الدراسات الهندسية التي أتت بعده، سلباً وإيجاباً. أما بالنسبة للفكر الرياضي اليوناني بعده، فلم يطرأ عليه أي تغيير. وكانت أولى المحاولات للخروج عن هذه الهندسة، جاءت من الفكر الرياضي الإسلامي^(٣) - كما بينا فيما يتعلق بنظرية التوازي - وقد عرفت هذه المحاولات الإسلامية في الغرب الأوروبي.

ففي أثناء مراجعته كتاب «الناظر» لابن الهيثم، قام العالم البولوني وبتلو (Witelo) في القرن الثالث عشر الميلادي بالمحاولة الأوروبية الأولى لبرهنة مصادرة التوازي. وهذه

(١) وهو قطب الدين محمود بن مسعود بن مصلح الشيرازي، ولد في صفر سنة 934-1234م بشيراز. وينحدر من عائلة متميزة، درس الطب والعلوم الكلامية على يد أبيه وأعمامه، كما كان له ذوق أدبي، وقريحة شاعرية. وقد درس قطب الدين الفلسفة والعلوم على يد الطوسي، وأصبح واحداً من ألمع تلاميذه، وكان يسميه (قطب فلك الموجود). ولقد عين قطب الدين قاضياً في إحدى مدن فارس؛ ثم رحل في خدمة ملوكها. وقد مكث بعض الوقت في مصر، ورجع أخيراً إلى تبريز حيث كانت وفاته فيها في سادس عشر رمضان سنة 1311-710م. ومن مؤلفاته: نهاية الإدراك في دراية الأملاك، التحفة الشاهية في علم الهيئة، الاختبارات المظفرية، درة التاج، وغيرها كثير شملت مختلف نواحي المعرفة. (انظر: ابن تغري بردى: النجوم الزاهرة في ملوك مصر والقاهرة، المؤسسة المصرية العامة للتأليف والترجمة والطباعة والنشر، القاهرة، دون تاريخ، ج9، ص: 213. طوقان: تراث العرب العلمي، ص: 20-27. كحالة: معجم المؤلفين، ج12، ص: 202، 203. ابن رافع السلامي: تاريخ علماء بغداد، تحقيق: عباس العزاوي، مطبعة الأهالي، بغداد، 1938م، ص: 219-227. الدوميلي: العلم عند العرب، ص: 298-30. السبوطي: بغية الوعاة في طبقات اللغويين والنحاة، مطبعة السعادة، الطبعة الأولى، القاهرة، 1239هـ، ص: 389-390. ابن حجر العسقلاني: الدرر الكامنة في أعيان المائة الثامنة، مطبعة مجلس دائرة المعارف العثمانية، الطبعة الأولى، حيدر آباد الدكن 1349هـ، ج4، ص: 339، 340. عباس العزاوي: تاريخ علم الفلك 130-132، رضا زادة شفق: تاريخ الأدب الفارسي، ترجمة: محمد موسى هندواوي، دار الفكر العربي، 1947م، ص: 199).

(٢) روزنفيلد ويوشكفيتش: الهندسة، ص: 600.

(٣) عيسى عبد الله: الفكر الرياضي الإسلامي، ص: 101، 102.

المحاولة - كما يقول كل من روزنفيلد ويوشكفيتش - مستوحاة من دون شك من مصادر عربية. وفي القرن الرابع عشر، أعطى العالمان اليهوديان، ليفى بن جرسون (Levi ben Gerson)، الذي عاش في جنوب فرنسا، وألفونسو الإسباني؛ براهين تصب مباشرة في سياق براهين ابن الهيثم^(١).

وفي القرن السابع عشر الميلادي، أتى العالم الرياضى الإيطالي بوريللى (Borelli، ١٩٠٨-١٩٧٩م) بطريقة لرسم الخطوط المتوازية هي طريقة ابن الهيثم بعينها وبألفاظها. ومن الواضح التطابق بين النصين بألفاظهما -ولو اقتصر هذان النصان على بضعة أسطر - بعد مرور أكثر من أربعة قرون على الأول، هو أمر يقرب من المستحيل إذا أردنا تفسيره بالصدف وحدها^(٢).

وقد عرفت بحوث الطوسي حول نظرية التوازي في أوروبا خلال القرن السابع عشر الميلادي، وبخاصة من قبل العالم الرياضى البريطانى واليس (Wallis)، الذي عاش فيما بين 1616-1703م. فقد ضمن واليس مؤلفه حول المصادرة الخامسة - الذي نشره ضمن مجموعة مؤلفاته في مدينة أكسفورد سنة 1693م النص الكامل لبرهان الطوسي، كما جاء في طبعة روما لتحرير أصول إقليدس^(٣)، والتي صدرت سنة 1954م بعد أن ترجمه إلى اللغة اللاتينية بوكوك (Pocock) أستاذ اللغة العربية في جامعة أكسفورد^(٤). وقد اعترف واليس في دراسته بأن الطوسي عالم رياضى له فضل كبير في بدء الهندسة الفوقية أو غير الإقليدية^(٥)، وظهور فجر الرياضيات الحديثة .

والواقع أن بحوث واليس قد نشطت دراسات العالم الرياضى الإيطالي جيرولاموساكيرى (Gerolamo Saccheri، ١٦٦٧-١٧٣٣م) حيث نشر في ميلانو سنة ١٧٣٣م بحثاً بعنوان: "إقليدس مطهر من الشوائب Eculides ab omni naevo vindicatus"؛ وقد تضمن هذا البحث نظرية الطوسي في التوازي كما جاءت في كتاب واليس^(٦).

(١) روزنفيلد ويوشكفيتش: الهندسة، ص: 601.

(٢) جاويش: نظرية المتوازيات، ص: 18.

(٣) ومن المتفق عليه الآن أن هذا التحرير ليس من تصنيف الطوسي، كما أشرنا سابقاً.

(٤) جاويش: نظرية المتوازيات، ص: 18. روزنفيلد ويوشكفيتش: الهندسة، ص: 600. رنيه تاتون تاريخ العلوم العام، المجلد الأول، ص: 481. الدوميللى: العلوم عند العرب، ص: 203.

(٥) فيليب فرانك: فلسفة العلم، ترجمة: على ناصف، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، الطبعة الأولى، بيروت، 1983م، ص: 9 وما بعدها .

(٦) جاويش: نظرية المتوازيات، ص: 18.

والحق أن برهان الطوسي لم يكن مجرد محاولة من المحاولات الكثيرة التي توالت عبر القرون، وإنما ينبغي أن نعرف له أهمية تاريخية خاصة. ذلك أن هذا البرهان مهد الطريق لبحوث ساكيري - كما ذكرنا - وليست هذه أول مرة ينبه فيها إلى وجود صلة بين بحوث الطوسي و بحوث ساكيري. فإن اطلاق ساكيري على محاولة الطوسي حقيقة عرفها مؤرخو الرياضيات من أقوال ساكيري نفسه^(١).

يقول هوردايفز في كتابه «تاريخ الرياضيات»: «إن جيرولاساكيري الإيطالي - الذي عاش فيما بين عامي 1667، 1733م - كان أستاذًا في الفلسفة والرياضيات في جامعات بافيا في إيطاليا، والمسمى بأبي الهندسة اللاإقليدية أو الهندسة الفوقية. ومما لايقبل الشك أنه اعتمد اعتمادًا كليًا على عمل نصير الدين في هذا الميدان»^(٢). كما يقول كراوتر في كتابه «قصة العلم»: «إن النقد التحليلي الذي قام به نصير الدين الطوسي في هندسة إقليدس، كان هو نقطة البداية الحقيقية الأولى لمحاولة لبناء هندسة لإقليدية عام 1733م على يد ساكيري»^(٣).

ويصدد المصادرة الخامسة أراد ساكيري أن يثبت صحة المصادرة بطريقة الخلف، أي باعتبارها خاطئة. ومن ثم التوصل إلى تناقض يثبت أنها صحيحة»^(٤). ولذلك فقد قبل الثماني والعشرين نظرية الأولى من إقليدس التي تبرهن دون حاجة إلى المصادرة الخامسة، ثم بعد ذلك امتحن النتائج التي تنتج عن القول ببطلان تلك المصادرة^(٥). فأنشأ شكلًا رباعيًا يشار إليه عادة باسم رباعى ساكيري، وربما كان أولى أن يسمى رباعى الطوسي، لأنه رسم من قبله هذا الشكل في مثل محاولته. أو بالأحرى رباعى الخيام، لأنه سبقهما إلى هذه المحاولة وهذا الشكل^(٦)؛ كما سبق أن أشرنا .

وفى رباعى ساكيري أ ب خط مستقيم، وأ ج ب د عمودان عليه متساويان في الطول. ونصل ج د، ونثبت أن الزاوية ج مساوية للزاوية د. فإذن الزاوية ج، والزاوية د قائمتان أو منفرجتان أو حادتان^(٧). وتلك الفروض الثلاثة تقابل القول بأن مجموع زوايا المثلث يساوى قائمتين، أو أقل من قائمتين، أو أكثر من قائمتين على الترتيب^(٨).

(١) عبد الحميد صبره: برهان الطوسي، ص: ١٣٩.

(٢) الدفاع: العلوم البحتة، ص: 240، 241.

(٣) ج. ج. كراوتر: قصة العلم، ترجمة وتقديم ودراسة: يمني طريف الخولي، بدوي عبد الفتاح، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة، 1999م، ص ٥٩.

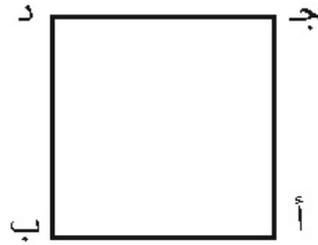
(٤) سعيدان: مقدمة لتاريخ الفكر العلمي، ص: 76.

(٥) ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، ص: 54، 55.

(٦) سعيدان: مقدمة لتاريخ الفكر العلمي، ص: 77.

(٧) سعيدان: هندسة إقليدس، ص: 77.

(٨) ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، ص: 55.



وهنا يختلف منهج ساكيرى عن سابقيه، فهو كالخيام والطوسي واثقاً بصحة فرضية القيام لإقليدس، وكان مثلهما يبحث عن تناقض ينجم عن الفرضيتين الآخرين. لكنه مضى في تتبع النتائج، فسبق بذلك لوباتشفسكى وريمان من حيث لا يعلم. وقد كان من جملة ما استنتج، النظريات التالية:

- (١) إذا صحت أي من الفروض الثلاثة في حالة واحدة، فهي صحيحة دائماً.
- (٢) إذا ثبتت فرضية الزاوية القائمة أو المنفرجة أو الحادة، فإن مجموع زوايا المثلث هو على التوالي قائمتان أو أكثر أو أقل.
- (٣) إذا وجد مثلث مجموع مثلث زواياه قائمتان أو أكثر أو أقل، تكون فرضية الزاوية القائمة أو المنفرجة أو الحادة، على التوالي صحيحة دائماً^(١).

ومجمل القول فيما قدمه ساكيرى من وجهة النظر الحديثة، هو في متابعته لفرضيتي الزاوية المنفرجة والزاوية الحادة. وهذا هو الشيء الجديد على الفكر الهندسي، إلا أنه لم يستغل إلا من بعد قرن من الزمان على أيدي مجموعة من علماء الرياضيات الغربيين^(٢). فتكونت مجموعة من الهندسات الجديدة التي سيطلق عليها الهندسات غير الإقليدية - Non - Euclidian Geometries.

ثم جاء الألماني يوهان هينريش لامبرت (Johan Heinrich Lambert، 1728 - 1777 م)، ودون أن يعرف شيئاً عن أعمال ساكيرى استخدم شكلاً رباعياً مختلفاً نوعاً ما، به أربع زوايا، ثلاث منها قائمة والرابعة إما أن تكون حادة أو قائمة أو منفرجة. أما الحادة فقد حار فيها لامبرت كما حار من قبله ساكيرى، وبيّن أن فرضية الزاوية القائمة تكافئ مصادرة إقليدس، ودحض - مثلما فعل ساكيرى - فرضية الزاوية المنفرجة. ولكن لامبرت

(١) سعيدان: هندسة إقليدس، ص: 77، 78.
(٢) المرجع نفسه، ص: 78.

زاد فيبين أنها لا يمكن أن تتحقق إلا على كُرّة، إذا ما قامت الخطوط المنحنية لدائرة كبيرة بدور الخطوط المستقيمة. فكان لامبرت بهذا المبشر الأول بالهندسة اللاإقليدية^(١).

وهنا أود الإشارة إلى رأي كل من روزنفيلد ويوشكفيتش اللذين درسا نظرية التوازي، حيث قالوا: "ومما لاشك فيه أن التطابق في طرح الفرضيات - المتعلقة بزوايا المربع أو الشكل الرباعي التي طرحها عمر الخيام، والطوسي من جهة، وكما طرحها ساكيرى ولامبرت من جهة أخرى؛ هو تطابق له دلالاته كما أن له أهميته البالغة"^(٢).

هكذا اجتمعت لدينا رؤيتان رياضيتان، تم طرحهما ضمن إطار الهندسة الإسلامية، ليستعان بهما على حل إشكالية المصادرة الخامسة الإقليدية. وإذا أضفنا إلى ذلك أن كل من ساكيرى ولامبرت كانا قد استخدمنا أيضاً هاتين الرؤيتين في موقفهما من هندسة إقليدس، تصبح الصدف كثيرة، ويصبح من المستحيل أن يكون كل منهما قد استنبط ذلك، من دون معرفة المحاولات الرياضية الواردة قبل أربعة قرون تقريباً في العالم الإسلامي. ولذلك نعتقد أن كلاً من ساكيرى ولامبرت، قد اطلعوا على أعمال الخيام والطوسي، واستفادوا بها دون الإشارة إليهما.

وفي عام 1800م تقدم العالم الرياضي الفرنسي لوجرانج ببحث إلى الأكاديمية الفرنسية فيما توهمه برهاناً للمصادرة الخامسة، حتى إذا هم بإلقائه، اعترز بأنه لا بد أن يعيد النظر فيه^(٣). وفي عام 1819م اكتشف العالم الرياضي الألماني كارل فريدريش جاوس (Carl Friedrich Gauss) نسقاً هندسياً متسقاً، استخدم فيه مصادرة أخرى غير متسقة مع مصادرة التوازي. ولم يعرف هذا الأمر من منشوراته، وإنما من خطاب كتبه لصديق - كما يشير إلى ذلك كارناب - وفي هذا الخطاب يتحدث عن دراسة مثل هذا النسق، وإنه قد استنتج بعض النظريات الهامة منه. ولقد أشار إلى أنه لم يتم بنشر تلك النتائج خوفاً من الاحتجاج العتيق الذي يحتمل أن يلقاه من الهيليلين Hilbillies. فقد توقع أنهم سوف ينعنونه بالجنون، لأنه تحدث بجديّة عن هندسة أخرى غير إقليدية^(٤).

وبعد حوالي عشرين عاماً من وفاة كانط (ت 1804م) اكتشف رياضي مجرى شاب هو يوهان برياي (Johann Biryai، 1802 - 1860م)، أن مصادرة التوازي ليست عنصراً

(١) يمنى طريف الخولي: العلم والاعتراب والحربة، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة، 1987م، ص: 361.

(٢) روزنفيلد ويوشكفيتش: الهندسة، ص: 601.

(٣) ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، ص: 56.

(٤) رودلف كارناب: الأسس الفلسفية للفيزياء، ص: 157. وانظر: ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، ص: 56.

ضروريًا. فشيء هندسة تخلى فيها عنها، وأحل محلها مصادرة جديدة؛ وهي تنص على أن هناك أكثر من مواز واحد لمستقيم معين - من نقطة معينة^(١).

ومن أهم المحاولات الأوروبية التي بُذلت بصدد المصادرة الخامسة، توجد لدينا محاولتان متعارضتان: الأولى للعالم الرياضي الروسي نيقولاى لوباتشفسكى Nikolai Lobachxvski (1793 - 1850م)، والثانية للعالم الرياضي الألماني جورج فريدرش ريمان (George Friedrich Riemann، 1826-1866م).

فقد نشر لوباتشفسكى عام 1829م في جامعته قازان، مذكراته حول مبادئ الهندسة. وكان هذا أول عرض منهجي لهندسة غير إقليدية، ترفض مصادرة التوازي. فتفترض أن النقطة الواحدة يمكن أن يمر بها أكثر من خط مستقيم واحد يوازي كل منها خطأً مستقيماً معلوماً، أو أن مجموع زوايا المثلث يساوي أقل من قائمتين^(٢).

ولا شك في أن النظريات التي استنبطت على هذا الأساس الجديد، كانت تناقض نتائج الهندسة الإقليدية. كما أن النسق الذي شيده لوباتشفسكى على هذا الأساس الجديد يعد نسقاً خالياً من التناقضات، لأنه لو احتوى على تناقض داخلي، لكان في ذلك برهان على أن مصادرة إقليدس لم تكن مستقلة عن المصادرات الأخرى في الهندسة، وأنه يمكن البرهنة عليها بطريق الخلف^(٣).

غير أن هذا الأمر قد وجد التفسير العلمي Scientific Explanation عنه عند كل من العالم الرياضي الألماني فيليكس كلاين (Felix Klein، 1849-1925)، والعالم الرياضي الفرنسي بوانكاريه (Poincare، 1854-1912م). فقد وضع كلاين أنموذجاً إقليدياً للهندسة اللاإقليدية؛ ووضع بوانكاريه مُعجماً يمكن من ترجمة نظريات لوباتشفسكى بلغة إقليدية. وعليه، فإذا كان من الممكن الاهتداء إلى تناقض في بناء هندسة لوباتشفسكى، فإن المعجم يتيح تحديد هذا التناقض في بناء الهندسة الإقليدية؛ فمجال صحة الهندسة اللاإقليدية يعادل في عمقه تماماً مجال صحة الهندسة الإقليدية. ومن ثم فإن الهندسة الإقليدية تكافئ الهندسة اللاإقليدية عند لوباتشفسكى من حيث الصدق^(٤).

ولم يمض غير قليل من الوقت حتى اكتشف ريمان عام 1854م هندسة أخرى غير إقليدية، يقبل فيها على خلاف إقليدس أن المستقيم لا يمتد إلى ما لانهاية، وإنما هو ينتهي

(١) يبنى الخولى: العلم والاعراب والحرية، ص: 341.

(٢) المرجع نفسه، ص: 341، 392.

(٣) بول موى: المنطق وفلسفة العلوم، ترجمة: فؤاد زكريا، دار نهضة مصر، القاهرة، 1973، ص: 143.

(٤) المرجع نفسه، ص: 144.

حتمًا. كما يقبل فيها أيضًا أن كل مستقيمين على سطح واحد لا بد يلتقيان في نقطتين؛ فلاتوجد -إذن- مستقيمتان متوازيتان بالمعنى الإقليدي»^(١). وفي هندسة ريمان يكون مجموع زوايا المثلث أكبر من قائمتين^(٢).

وأخيرًا هل يمكن تصور الهندسة غير الإقليدية ذهنيًا أو حدسيًا مثل الهندسة الإقليدية؟ وهل هذا التصور له علاقة بالعالم الخارجي؟

إن هندسة إقليدس هي دراسة للعالم الخارجي من حيث الشكل، وهي تعتمد على بديهيات تكاد تكون كلها فطرية. ومثل هذا يقال عن هندسة لوباتشفسكي التي لا تختلف عن هندسة إقليدس إلا في أنها تعد أن بالإمكان أن يمد أكثر من مواز واحد للخط الواحد، من كل نقطة في مستواه. ولهذا الاعتبار في تصوراتنا للتوازي ما يبرره؛ ولكننا لا نجد في تصوراتنا وخبراتنا العملية ما يبرر مفهوم الخط عند ريمان^(٣).

ولكن إذا نحن أمعنا النظر في الخطوط التامة على السطح الكروي لا تلبث أن تكتشف أن هندسة ريمان تتفق مفاهيمها ونظرياتها مع الهندسة الكروية، حتى يمكن أن يقال: إن الهندسة الكروية حالة خاصة من هندسة ريمان^(٤).

وهذا يعني أن الأنساق الهندسية الثلاثة صحيحة طالما أنها متسقة مع البديهيات، أو المقدمات التي بدأ منها. فالصحيح في نظر العلم ليس صحيحًا إطلاقًا، ولكنه نتيجة منطقية للمقدمات التي سلّمنا بها وانطلقنا منها. أما مسألة انطباق أي منها على العالم الخارجي، فهي مسألة فيزيائية وليست رياضية^(٥).

وهكذا استحوذت مصادرة التوازي الإقليدية على اهتمام علماء الرياضيات، سواء في الشرق العربي أو الغرب الأوروبي. وقد كشفت الكتابات العربية حول المصادرة الخامسة التي امتدت حوالي ستة قرون - ابتداءً من القرن الثاني حتى القرن السابع للهجرة - عن مدى التواصل الثقافي والعلمي في الحضارة الإسلامية. كما أسهمت إسهامًا دقيقًا في كشف الغموض الذي خيم حول هذه المصادرة، إلا أن الإسهام الأهم في هذه المصادرة كان من خلال كتابات كل من ابن الهيثم والخيام والطوسي. وهو الإسهام الذي لم تُعرف أهميته بالكامل سوى في القرن التاسع عشر الميلادي^(٦).

(١) ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، ص: 59.

(٢) بول موى: المنطق وفلسفة العلوم، ص: 15.

(٣) سعيدان: مقدمة لتاريخ الفكر العلمي، ص: 80.

(٤) المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

(٥) يمى الخولى: العلم والاعتراب والحرية، ص: 362، وانظر: سعيدان: مقدمة لتاريخ الفكر العلمي، ص: 80.

(٦) روزنفيلد ويوشكفيتش: الهندسة، ص: 600.

فمن خلال الإشارة إلى محاولات العالم الأوروبي بصدد المصادرة الخامسة، تبين لنا أن العلماء العرب قد أسهموا بعدة اكتشافات كان لها أثر واضح في هذه المحاولات، وهي كالتالي^(١):

(١) إن افتراضاتهم عن خصائص رباعي الأضلاع، التي درسوها بافتراض أن بعضاً من زواياه حادة أو منفرجة، تحتوي على المبرهنات الأولى لهندسة القطع الزائد وللهندسة الإهليلجية.

(٢) وقد أثبتوا المساواة المنطقية بين عدة أحكام في نظرية التوازي، وطبقوا لكي يدحضوا فرضيتي الزاويتين الحادة والمنفرجة، أسلوب الرد المحال أو البطلان أو النقيض . (برهان الخلف).

(٣) وقد أقاموا أيضاً ربطاً متبادلاً أو تقابلاً أحادياً بين المصادرة الخامسة ومجموع الزوايا داخل الشكل الرباعي، وبالتالي داخل المثلث .

(٤) والواقع أن بعض قواعد الخيام تدخل في نطاق الأحكام الأولى من الهندسة اللاإقليدية .

(١) رنيه تاتون: تاريخ العلوم العام، المجلد الأول، ص: 480، 481. روزنفيلد ويوشكفيتش: الهندسة، ص: 601. الأشهر: نظرية التوازي، ص: 105.

رابعًا: نتائج البحث

لقد تناولنا في هذا البحث «مفهوم المفارقة وأثره في الفكر العلمي وتطوره (مصادرة التوازي الإقليدية نموذجًا)، حيث استطعنا تتبع جهود علماء الرياضيات التي بذلت لحل هذه المفارقة عند إقليدس. وقد انتهينا في ضوء ذلك إلى النتائج التالية:

- (1) لقد تأثر التراث العلمي العالمي تأثرًا كبيرًا في معناه ومبناه بإقليدس، الذي قام بدور ثقافي مهم في فترة خطيرة من فترات التاريخ الإنساني. فقد خلف لنا إقليدس مؤلفات عديدة كان لها أثرها الفعال في تطوير مفهوم الفكر العلمي وإعطائه سمات واضحة، حيث دارت حول بعضها دراسات علمية جادة؛ وشغل العلماء ببعض منها، ووضعوا عليها الشروح والحواشي والتعليقات.
- (2) تأثر علماء الغرب تأثرًا كبيرًا بالمحاولات العربية الإسلامية بصدد المصادرة الخامسة في مصادرها المختلفة، واقتبسوا منها الشيء الكثير، لا سيما ما كتبه كل من ابن الهيثم، وعمر الخيام، ونصير الدين الطوسي.
- (3) لقد نبه العلماء العرب - خاصة نصير الدين الطوسي - الأذهان إلى إمكان استخدام المنطق في الهندسة، وبالذات برهان الخلف في المصادرة الخامسة؛ مما - كان له تأثير كبير في الفكر الرياضي الحديث .
- (4) استطاع الأوروبيون - من أمثال ريمان ولوباتشفسكى وغيرهما - إيجاد هندسات جديدة غير إقليدية تلائم العقلية الأوروبية، وتفتح الطريق أمام التقدم الحضاري في مجالي الرياضيات والفيزياء.
- (5) تمثل المحاولات اليونانية والإسلامية والأوروبية بصدد المصادرة الخامسة الإقليدية نموذجًا فريدًا لمفهوم «المفارقة» في تاريخ الفكر العلمي العالمي.

خامساً: ثبت المصادر والمراجع:

(أ) المصادر والمراجع العربية:

- 1- ابن العبري (غريغوريوس أبي الفرج بن أهرن): تاريخ مختصر الدول، تحقيق الأب أنطوان صالحان اليسوعي، دار الرائد اللبناني، بيروت، 1983م.
- 2- النديم (أبو الفرج محمد بن اسحاق بن محمد بن أسحاق): الفهرست، تحقيق: رضا تجدد، طهران، 1971م.
- 3- ابن الهيثم (أبو علي الحسن بن الحسن): شرح مصادرات إقليدس في الأصول، تحقيق: د. خليل جاويش، (ضمن كتاب: نظرية المتوازيات في الهندسة الإسلامية (تحقيق وتقديم)، المؤسسة الوطنية المترجمة والتحقيق والدراسات تونس، 1988م.
- 4- « » « » « » : حل شكوك إقليدس وشرح معانيه، مخطوط معهد المخطوطات العربية بالقاهرة، برقم 74، رياضيات.
- 5- ابن تغري بردي (جمال الدين أبو المحاسن): النجوم الزاهرة في ملوك مصر والقاهري، المؤسسة المصرية العامة للتأليف والترجمة والطباعة والنشر، القاهرة، دون تاريخ، (الجزء التاسع).
- 6- ابن حجر العسقلاني (شهاب الدين أبو الفضل): الدرر الكامنة في أعيان المائة الثامنة، مطبعة مجلس دائرة المعارف العثمانية، الطبعة الأولى، حيدر آباد الدكن، 1349هـ، (الجزء الرابع).
- 7- ابن خلكان (أحمد بن محمد بن إبراهيم بن أبي بكر): وفيات الأعيان وأنباء أبناء الزمان، تحقيق: محمد محيي الدين عبد الحميد، مكتبة النهضة المصرية، الطبعة الأولى، القاهرة، 1948م (الجزء الرابع).
- 8- ابن رافع السلامي (تقي الدين محمد): تاريخ علماء بغداد، تحقيق: عباس العزاوي، مطبعة الأهالي، بغداد، 1938م.
- 9- إبراهيم كرو: دور المتناقضات في تاريخ العلوم قديماً وحديثاً. (<http://m.marefa.org/issue-august06/epislemology2.htm>).
- 10- أحمد سعيد الدمرداش: الحسن بن الهيثم (سلسلة أعلام العرب)، دار الكاتب العربي، مصر، 1969م.
- 11- أحمد سليم سعيدان (دكتور): مقدمة لتاريخ الفكر العلمي في الإسلام، (سلسلة عالم المعرفة)، المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب، الكويت، 1988م.

- 12- _____: هندسة إقليدس في أيد عربية، دار البشير، الطبعة الأولى، عمان، 1991م.
- 13- أرسطوطاليس: التحليلات الثانية، ترجمة: أبو بشر متى بن يونس، تحقيق: عبد الرحمن بدوي، ضمن كتاب: منطق أرسطو"، دار الكتب المصرية، القاهرة، 1949م، (الجزء الثاني).
- 14- إسماعيل باشا البغدادي: هدية العارفين (أسماء المؤلفين وآثار المصنفين)، مكتبة الإسلامية والجعفري تبريزي، الطبعة الثالثة، طهران، 1967م، (الجزء الثاني).
- 15- أقليدس (يوكليدس بن نوقطرس بن برنيقس): أصول الهندسة، تحرير: نصير الدين الطوسي، مخطوط دار الكتب برقم 107 رياضة - طلعت (ميكروفيلم رقم 151239).
- 16- إميل بوترو: فلسفة كانط، ترجمة: عثمان أمين، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة، 1972م.
- 17- بوريس أ. روزنفلد، أدولف ب. يوشكفيتش: الهندسة، (مقال ضمن موسوعة تاريخ العلوم العربية، بإشراف: رشدي راشد، وبمعاونة: ريجيس مورلون، مركز دراسات الوحدة العربية، الطبعة الأولى، بيروت، 1997م، (الجزء الثاني).
- 18- بول موي: المنطق وفلسفة العلوم، ترجمة: فؤاد زكريا، دار نهضة مصر، القاهرة، 1973م.
- 19- ج.ج. كراوتر: قصة العلم، ترجمة وتقديم ودراسة: اليمنى طريف الخولي، بدوي عبد الفتاح، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة، 1999م.
- 20- جرجي زيدان: تاريخ آداب اللغة العربية، مطبعة الهلال، مصر، 1937م، (الجزء الثالث).
- 21- جلال الدين السيوطي (عبد الرحمن): بغية الوعاة في طبقات اللغويين والنحاه، مطبعة السعادة، الطبعة الأولى، القاهرة، 1336هـ.
- 22- جمال الدين القفطي: أخبار العلماء بأخبار الحكماء، مكتبة المتبني، القاهرة، دون تاريخ.
- 23- جميل حمداوي (دكتور): المفارقة وآلياتها في القصة القصيرة جداً، دار الريف، الطبعة الأولى، الناظور - تطوان، المغرب، 2019م.
- 24- جورج سانتون: تاريخ العلم، بإشراف: بيومي مذكور، ترجمة: لفييف من العلماء، دار المعارف، القاهرة، 1970م (الجزء الرابع).

- ٢٥- _____: العلم القديم والمدنية الحديثة، ترجمة: عبد الحميد صبرة، مكتبة النهضة الحديثة، القاهرة ١٩٦٠م.
- ٢٦- حسام الدين السالار: مقدمات لتبيين المصادر التي ذكرها إقليدس في صور المقالة الأولى فيما يتعلق بالخطوط المتوازية، مخطوط دار الكتب المصرية برقم ٧٠١ رياضة، ميكروفيلم، رقم ٤٥٩٦٦.
- ٢٧- حكمت نجيب عبد الرحمن: دراسات في تاريخ العلوم عند العرب، منشورات جامعة الموصل، دمشق، بدون تاريخ.
- ٢٨- حيدر بامات: إسهام المسلمين في الحضارة الإنسانية، ترجمة: ماهر عبد القادر، (ضمن كتاب: التراث والحضارة الإسلامية)، دار النهضة العربية، بيروت، دون تاريخ.
- ٢٩- خليل جاويش: نظرية المتوازيات في الهندسة الإسلامية، (تحقيق وتقديم)، المؤسسة الوطنية للترجمة والتحقيق والدراسات، تونس، ١٩٨٨م.
- ٣٠- دي لاسي أوليري: علوم اليونان وسبل انتقالها إلى العرب، ترجمة: وهيب كامل، زكي علي؛ مكتبة النهضة المصرية، القاهرة، ١٩٦٢م.
- ٣١- رضا زادة شفق: تاريخ الأدب الفارسي، ترجمة: محمد موسى هنداي، دار الفكر العربي، ١٩٤٧م.
- ٣٢- رنيه تاتون: تاريخ العلوم العام (العلم القديم والوسيط من البدايات حتى سنة ١٤٥٠م)، ترجمة: علي مقلد، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، الطبعة الأولى، بيروت، ١٩٨٨م.
- ٣٣- رودلف كارناب: الأسس الفلسفية للفيزياء، ترجمة: السيد نفادي، دار الثقافة الجديدة، القاهرة، ١٩٩٠م.
- ٣٤- زكريا إبراهيم: كانت أو الفلسفة النقدية، مكتبة مصر، الطبعة الثانية، القاهرة، ١٩٧٢م.
- ٣٥- زكي نجيب محمود: المنطق الوضعي، مكتبة الأنجلو المصرية، الطبعة الخامسة، القاهرة، ١٩٨٠، (الجزء الثاني).
- ٣٦- زيغريد هونكة: شمس العرب تسطع على الغرب، ترجمة: فاروق بيضون، وكمال دسوقي، مراجعة: فاروق عيسى الخوري، دار الآفاق الجديدة، الطبعة الثانية، بيروت، ١٩٨٦م.

- ٣٧- سناء هادي عباس (دكتور): المفارقة بنية الاختلاف الكبرى، (مقال ضمن مجلة كلية التربية الأساسية، العدد السادس والأربعون)، الجامعة المستنصرية، بغداد، ٢٠٠٦م.
- ٣٨- شاخت وبوزورث: تراث الإسلام، ترجمة: حسين مؤنس، إحسان صدقي العمدة، مراجعة: فؤاد زكريا، (سلسلة عالم المعرفة)، المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب، الكويت، ١٩٧٨م.
- ٣٩- عباس العزاوي: تاريخ علم الفلك، المجمع العلمي العراقي، بغداد، ١٩٥٨م.
- ٤٠- عبد الحليم منتصر (دكتور): تاريخ العلم ودور العلماء في تقدمه، دار المعارف، الطبعة الثالثة، القاهرة، ١٩٦٩م.
- ٤١- عبد الحميد صبره: برهان نصير الدين الطوسي على مصادره إقليدس الخامسة، (مقال ضمن مجلة كلية الآداب، جامعة الإسكندرية، مطبعة الإسكندرية، ١٩٥٩، (المجلد الثالث عشر)).
- ٤٢- عبد الله الدفاع: إسهام علماء المسلمين في الرياضيات، ترجمة: جلال شوقي، دار الشروق، الطبعة الأولى، بيروت، ١٩٨١م.
- ٤٣- عبد الله نعمة: فلاسفة الشيعة (حياتهم وآراؤهم)، دار مكتبة الحياة، بيروت، بدون تاريخ.
- ٤٤- علي مصطفى الأشهر: نظرية المتوازيات في الهندسة العربية الإسلامية، (مقال ضمن المجلة العربية للعلوم، العدد ١٣٦، المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، تونس ٢٠٠٠م).
- ٤٥- عمر الخيام: رسالة في شرح مآشك من مصادرات كتاب إقليدس، تحقيق: عبد الحميد صبره، منشأة المعارف، الإسكندرية، ١٩٦١م.
- ٤٦- عمر رضا كحالة: معجم المؤلفين (تراجم مصنفى الكتب العربية)، دار إحياء التراث العربي، بيروت، دون تاريخ، (الجزء الثالث عشر).
- ٤٧- عيسى عبد الله: الفكر الرياضي الإسلامي، مراجعة: ياسين عريبي و جمال الدباغ، منشورات جامعة الجبل الغربي، الطبعة الأولى، ليبيا، ١٩٩٨م.
- ٤٨- فيليب فرانك: فلسفة العلم، ترجمة: علي ناصف، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، الطبعة الأولى، بيروت، ١٩٨٣م.
- ٤٩- قاضي زادة الرومي: شرح أشكال التأسيس في الهندسة للسمرقندي، مخطوط دار الكتب المصرية برقم ٦١ حساب، ميكروفيلم رقم ٤٥٢٤٧.

- ٥٠- قدري حافظ طوقان: العلوم عند العرب، دار إقرأ، بيروت، دون تاريخ.
- ٥١- _____: تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك، دار الشروق، بيروت، دون تاريخ.
- ٥٢- كارل بروكلمان: تاريخ الأدب العربي، ترجمة: محمود فهمي حجازي (المشرف على الترجمة)، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة، ١٩٩٥م، (القسم الخامس).
- ٥٣- ماهر عبد القادر: نظريات المنطق الرياضي، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، ٢٠٠٠م.
- ٥٤- محمد إقبال: تجديد التفكير الديني في الإسلام، ترجمة: عباس محمود، راجعة عبد العزيز المراغي، بك، مهدي علام، مطبعة لجنة التأليف والترجمة والنشر، القاهرة، ١٩٥٥م.
- ٥٥- محمد ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، الطبعة الأولى، بيروت، ١٩٦٩م.
- ٥٦- محمد جلوب فرحان: تحليل أرسطو للعلم البرهاني، منشورات وزارة الثقافة والأعلام، العراق، ١٩٨٣م.
- ٥٧- محمد عابد الجابري: مدخل إلى فلسفة العلوم، مركز دراسات الوحدة العربية، الطبعة الثالثة، بيروت، ١٩٩٤م.
- ٥٨- محمد عبد الرحمن مرحبا: المرجع في تاريخ العلوم عند العرب، منشورات دار الفيحاء، ١٩٧٨م.
- ٥٩- محمد علي أبو ريان: تاريخ الفكر الفلسفي، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، ١٩٩٤، (الجزء الأول).
- ٦٠- محمد محمد علي قاسم: نظريات المنطق الرمزي، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، ١٩٩٧م.
- ٦١- محمد واصل الظاهر: نظرية التوازي وأثر العرب فيها، (مقال ضمن مجلة المجمع العلمي العراق)، بغداد، ١٩٥٨م.
- ٦٢- محمود فهمي زيدان: كانط وفلسفته النظرية، مكتبة التوني، الإسكندرية، ١٩٨٣م.
- ٦٣- مصطفى النشار: نظرية العلم الأرسطية، دار المعارف، الطبعة الأولى، القاهرة، ١٩٨٦م.
- ٦٤- موريس شربل: الرياضيات في الحضارة الإسلامية، جروس برس، الطبعة الأولى، طرابلس، ١٩٨٨م.

- ٦٥- نجيب بلدي: تمهيد لتاريخ مدرسة الإسكندرية وفلسفتها، دار المعارف، مصر، ١٩٦٢م.
- ٦٦- نصير الدين الطوسي، الرسالة الشافية عن الشك في الخطوط المتوازية، (ضمن رسائل الطوسي - الجزء الثاني)، دائرة المعارف العثمانية، الطبعة الأولى، حيدر آباد الدكن، ١٣٥٩هـ.
- ٦٧- نيقولا يوسف: أعلام من الإسكندرية، منشأة المعارف، الإسكندرية، ١٩٦٩م.
- ٦٨- هانز ريشنباخ: نشأة الفلسفة العلمية، ترجمة: فؤاد زكريا، دار الكاتب العربي، القاهرة، ١٩٦٨م.
- ٦٩- وليم وودثورب تارن: الحضارة الهلنستية، ترجمة: عبد العزيز توفيق جاويد، راجعة: زكي علي، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، ١٩٦٦م.
- ٧٠- يمنى طريف الخولي: العلم والاعتراب والحرية، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة، ١٩٨٧م.
- ٧١- _____: فلسفة العلم في القرن العشرين، (سلسلة عالم المعرفة)، المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب، الكويت، ٢٠٠٠م.
- ٧٢- يوسف آلياس سركيس: معجم المطبوعات العربية والمعربة، مكتبة الثقافة الدينية، القاهرة، دون تاريخ، (الجزء الأول).

ب- المصادر والمراجع الأجنبية:

- Boyer. C.B.: The History of the Calculus and its Conceptual Development Dover Publications, Inc., 1959.
- Burt. E.A.: Metaphysical Foundation of Modern Physical Science. London, 1964.
- Cojori, Florian: History of Mathematics, New York, 1919.
- Charles Siger: A Short History of Scientific Ideas to 1900, Oxford, 1968.
- Farrington, B.: Greek Science, Penguin Books, New York, 1944.
- Meschkowsk, H.: Evolution of Mathematical Thought. Translated by J.H. Gavl, Holden-Pay Inc., San Francisco, 1965.
- Sarton, G.: Introduction to the History of Science, Baltimore, 1962.

